

## Lineáris és absztrakt algebra, normál gyakorlat

*Harmadik zárthelyi (2023. május 23.)*

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a pusztá eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Minden feladatot **külön oldalon** kezdjük. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. A ZH alatt nem lehet kimenni a teremből. Minden lapon **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKEL** szerepeljen a név, a NEPTUN-kód, és a gyakorlatvezető neve. A dolgozat jegye az összpontszám hatodrésze.

1. Számítsuk ki a  $D_{18}$  diédercsoportban az  $ftf^{-2}tf^5$  elem rendjét, és az általa generált részecsoport indexét (itt  $f$  egy 20 fokos forgatás,  $t$  pedig tengelyes tükrözés).
2. Hány hatodrendű elem van az  $A_9$  alternáló csoportban? Nem szükséges számszerű végeredményt megadni, elegendő egy (binomiális együtthatókat tartalmazó) képlet is.
3. Egy hat hosszú kör (mint irányítatlan gráf) mindegyik élét helyettesítjük három-három darab 2 hosszú úttal. Hány szimmetriája van az így kapott (24 csúcsú, 36 élű) gráfnak?
4. Egy szabályos ötszög oldalait kiszínezzük három színnel (nem kell mindhármat felhasználni). Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha az ötszög 10 szimmetriájával egymásba vihető színezéseket nem tekintjük különbözőnek?
5. A  $\mathbb{Z}_{36}^\times$  csoportot faktorizáljuk az  $\{1, 13, 25\}$  normálosztó szerint. Határozzuk meg az elemek rendjeit ebben a faktorcsoporthban. Melyik ismert csoportot kapjuk?
6. Határozzuk meg az  $1 + i + j + 2k$  kvaternió négyzetét, inverzét és minimálpolinomját.