Bsc algebra és számelmélet normál gyakorlat

Második zárthelyi (2022. november 30.)

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges** (a számolás részletei), a puszta eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak. Az első három feladatból 12 pontot el kell érni az elégségeshez, ha ez megvan, akkor a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. **A név és a NEPTUN-kód minden lapon szerepeljen.**

1. Tekintsük azt a permutációt $\mathbb{Z}_9$-en, amely minden elemhez a kétszeresét rendeli. Számítsuk ki ennek a ciklusfelbontását és előjelét (3 pont). Számítsuk ki azt a 3×3-as determinánst, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $i+2j$ (3 pont).

2. Határozzuk meg a $3x^5+4x^4+x^3-x^2+5x-3$ polinom gyökeinek négyzetösszegét és a gyökök reciprokainak összegét (3 pont). Végezzük el az $x^6+x^3+1 : x^2+x+1$ maradékos osztást (3 pont).

3. Határozzuk meg $\cos 215° + i\sin 215°$ rendjét (3 pont). Számítsuk ki 2 rendjét mod 33 (3 pont).

4. Adjuk meg az összes olyan pozitív prímet, amely a $9x^7+30x^4+60$ polinomra teljesíti a Schönemann–Eisenstein irreducibilitási kritérium feltételét (3 pont). Döntsük el, hogy 91 kvadratikus maradék-e modulo 101 (3 pont).

5. Legyen $p=13$. Készítsünk logaritmustáblát a $g=2$ primitív gyökre nézve, majd adjuk meg az $x^8 \equiv 9$ (13) kongruencia összes megoldását mod 13.

6. Mely n egészekre lesz $d(2n)=d(n)+1$?