Algebra és számelmélet

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Konzultáció: Kiss Emil
http://ewkiss.web.elte.hu/wp/wordpress
ewwkiss@gmail.com

6. előadás

A komplex számsík

Ahogy a valós számokat a számegyenesre képzeljük,
az $a + bi$ komplex számot a sík (a, b) pontjával ábrázoljuk.

A komplex számsík

Ahogy a valós számokat a számegyenesre képzeljük,
az $a + bi$ komplex számot a sík (a, b) pontjával ábrázoljuk.

Például $i = 0 + 1i$ a $(0, 1)$ pontnak felel meg.

A komplex számsík

Ahogy a valós számokat a számegyenesre képzeljük,
az $a + bi$ komplex számot a sík (a, b) pontjával ábrázoljuk.

Például $i = 0 + 1i$ a $(0, 1)$ pontnak felel meg.

A valós számok az x-tengelyen helyezkednek el,
ennek neve valós tengely.

A komplex számsík

Ahogy a valós számokat a számegyenesre képzeljük,
az $a + bi$ komplex számot a sík (a, b) pontjával ábrázoljuk.

Például $i = 0 + 1i$ a $(0, 1)$ pontnak felel meg.

A valós számok az x-tengelyen helyezkednek el,
ennek neve valós tengely.
A tisztán képzetes számok az y-tengelyen vannak,
ennek neve képzetes tengely.

A komplex számsík

Ahogy a valós számokat a számegyenesre képzeljük,
az $a + bi$ komplex számot a sík (a, b) pontjával ábrázoljuk.

Például $i = 0 + 1i$ a $(0, 1)$ pontnak felel meg.

A valós számok az x-tengelyen helyezkednek el,
ennek neve valós tengely.
A tisztán képzetes számok az y-tengelyen vannak,
ennek neve képzetes tengely.

Tétel (K1.4.1)

Az (a, b)-be mutató helyvektort azonosítjuk $a + bi$-vel.

A komplex számsík

Ahogy a valós számokat a számegyenesre képzeljük,
az $a + bi$ komplex számot a sík (a, b) pontjával ábrázoljuk.

Például $i = 0 + 1i$ a $(0, 1)$ pontnak felel meg.

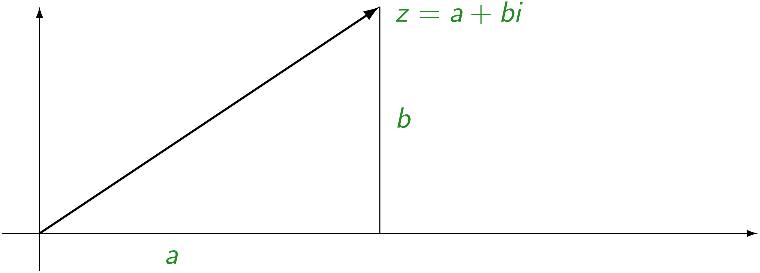
A valós számok az x-tengelyen helyezkednek el,
ennek neve valós tengely.
A tisztán képzetes számok az y-tengelyen vannak,
ennek neve képzetes tengely.

Tétel (K1.4.1)

Az (a, b)-be mutató helyvektort azonosítjuk $a + bi$-vel.
Mivel $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$, ezért
a komplex számokat ugyanúgy kell összeadni,
mint a nekik megfelelő helyvektorokat.

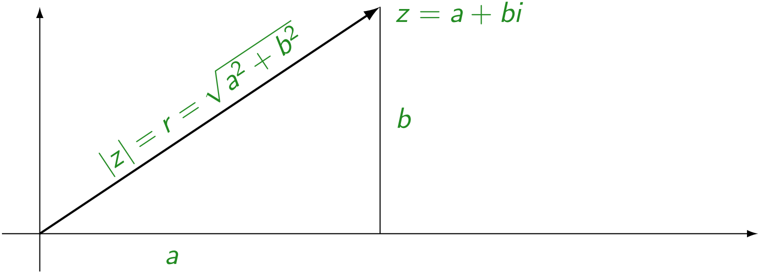
Komplex szám hossza és szöge

A $z = a + bi$ hossza az origótól mért távolsága.



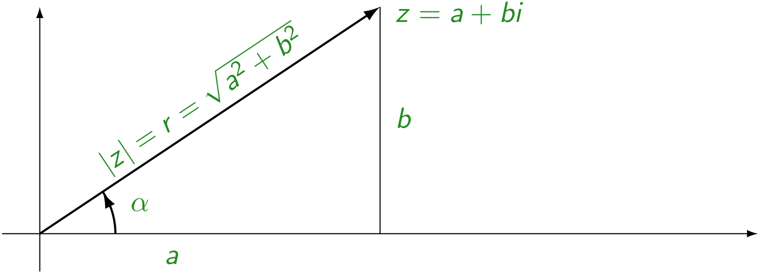
Komplex szám hossza és szöge

A $z = a + bi$ **hossza** az origótól mért távolsága.
Pitagorasz tétele szerint ez $\sqrt{a^2 + b^2}$, azaz $|z|$.



Komplex szám hossza és szöge

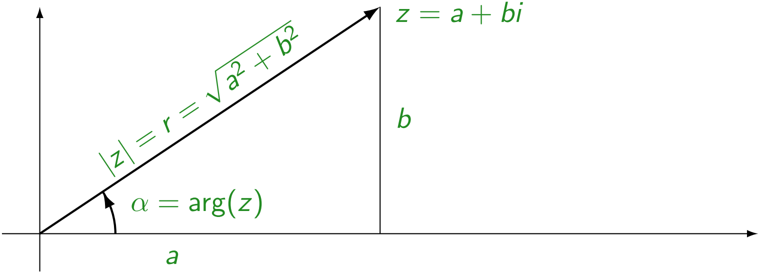
A $z = a + bi$ **hossza** az origótól mért távolsága.
Pitagorasz tétele szerint ez $\sqrt{a^2+b^2}$, azaz $|z|$.



A $z \neq 0$ **szöge** a valós tengely pozitív felével bezárt szög.

Komplex szám hossza és szöge

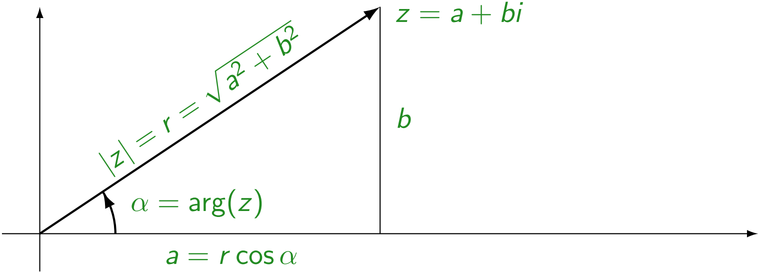
A $z = a + bi$ hossza az origótól mért távolsága.
Pitagorasz tétele szerint ez $\sqrt{a^2 + b^2}$, azaz $|z|$.



A $z \neq 0$ szöge a valós tengely pozitív felével bezárt szög.
Ez irányított szög, $0 \leq \arg(z) < 360°$.

Komplex szám hossza és szöge

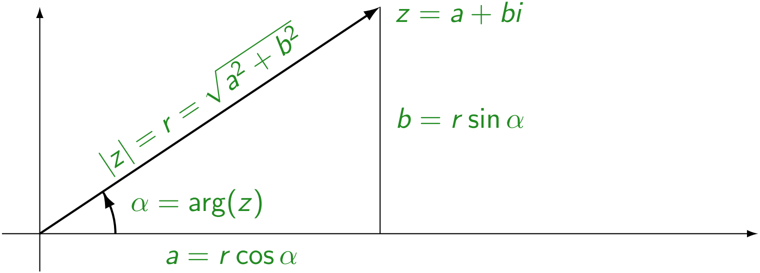
A $z = a + bi$ hossza az origótól mért távolsága.
Pitagorasz tétele szerint ez $\sqrt{a^2 + b^2}$, azaz $|z|$.



A $z \neq 0$ szöge a valós tengely pozitív felével bezárt szög.
Ez irányított szög, $0 \leq \arg(z) < 360^\circ$.
Nyilván $a = |z| \cos \alpha$

Komplex szám hossza és szöge

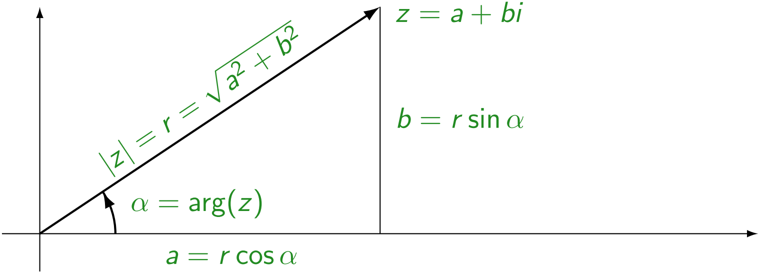
A $z = a + bi$ hossza az origótól mért távolsága.
Pitagorasz tétele szerint ez $\sqrt{a^2 + b^2}$, azaz $|z|$.



A $z \neq 0$ szöge a valós tengely pozitív felével bezárt szög.
Ez irányított szög, $0 \leq \arg(z) < 360°$.
Nyilván $a = |z| \cos \alpha$ és $b = |z| \sin \alpha$.

Komplex szám hossza és szöge

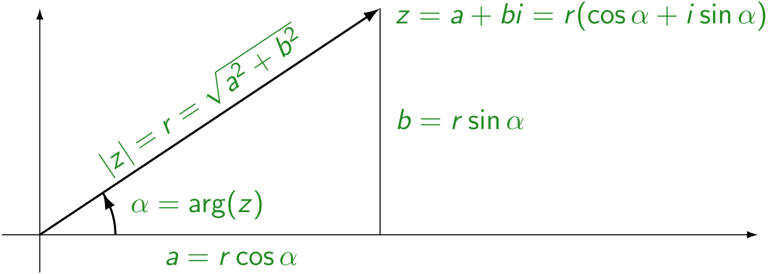
A $z = a + bi$ hossza az origótól mért távolsága.
Pitagorasz tétele szerint ez $\sqrt{a^2 + b^2}$, azaz $|z|$.



A $z \neq 0$ szöge a valós tengely pozitív felével bezárt szög.
Ez irányított szög, $0 \leq \arg(z) < 360°$.
Nyilván $a = |z| \cos \alpha$ és $b = |z| \sin \alpha$.
Ezért z-t egyértelműen meghatározza a hossza és a szöge.

Komplex szám hossza és szöge

A $z = a + bi$ **hossza** az origótól mért távolsága.
Pitagorasz tétele szerint ez $\sqrt{a^2 + b^2}$, azaz $|z|$.



A $z \neq 0$ **szöge** a valós tengely pozitív felével bezárt szög.
Ez irányított szög, $0 \leq \arg(z) < 360°$.
Nyilván $a = |z|\cos\alpha$ és $b = |z|\sin\alpha$.
Ezért z-t egyértelműen meghatározza a hossza és a szöge.

Komplex szám trigonometrikus alakja

Definíció (K, 18. oldal)

A $z \neq 0$ trigonometrikus alakja $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, ahol

Komplex szám trigonometrikus alakja

Definíció (K, 18. oldal)

A $z \neq 0$ trigonometrikus alakja $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, ahol $r = |z|$ a z szám hossza,

Komplex szám trigonometrikus alakja

Definíció (K, 18. oldal)

A $z \neq 0$ trigonometrikus alakja $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, ahol $r = |z|$ a z szám hossza, $\alpha = \arg(z)$ pedig a z szám szöge.

Komplex szám trigonometrikus alakja

Definíció (K, 18. oldal)

A $z \neq 0$ trigonometrikus alakja $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, ahol $r = |z|$ a z szám hossza, $\alpha = \arg(z)$ pedig a z szám szöge.
A $z = a + bi$ az algebrai alak.

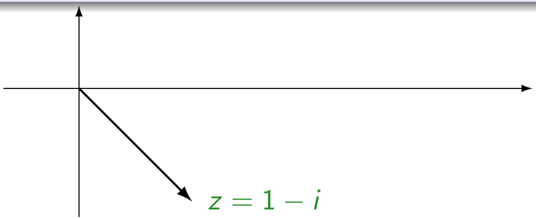
Komplex szám trigonometrikus alakja

Definíció (K, 18. oldal)

A $z \neq 0$ **trigonometrikus alakja** $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, ahol $r = |z|$ a z szám hossza, $\alpha = \arg(z)$ pedig a z szám szöge.
A $z = a + bi$ az **algebrai alak**.

Példa

Az $1 - i$



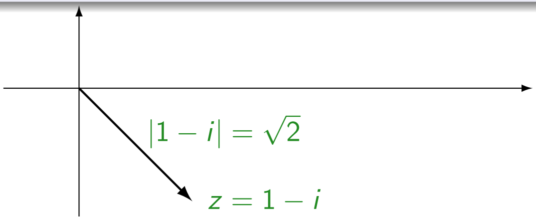
Komplex szám trigonometrikus alakja

Definíció (K, 18. oldal)

A $z \neq 0$ trigonometrikus alakja $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, ahol $r = |z|$ a z szám hossza, $\alpha = \arg(z)$ pedig a z szám szöge.
A $z = a + bi$ az algebrai alak.

Példa

Az $1 - i$ hossza $\sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$.



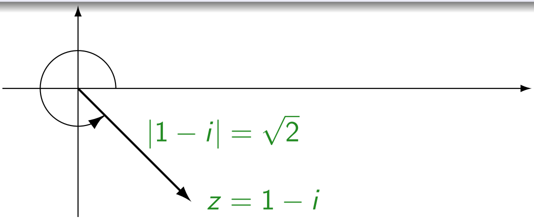
Komplex szám trigonometrikus alakja

Definíció (K, 18. oldal)

A $z \neq 0$ trigonometrikus alakja $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, ahol $r = |z|$ a z szám hossza, $\alpha = \arg(z)$ pedig a z szám szöge.
A $z = a + bi$ az algebrai alak.

Példa

Az $1 - i$ hossza $\sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$. Szöge 315° (nem 45°).



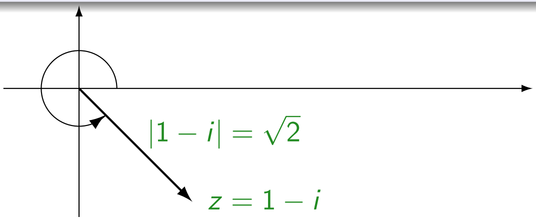
Komplex szám trigonometrikus alakja

Definíció (K, 18. oldal)

A $z \neq 0$ trigonometrikus alakja $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, ahol $r = |z|$ a z szám hossza, $\alpha = \arg(z)$ pedig a z szám szöge.
A $z = a + bi$ az algebrai alak.

Példa

Az $1 - i$ hossza $\sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$. Szöge 315° (nem 45°).
Így trigonometrikus alakja $1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$.



A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4,

A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4, szöge 180° (nem 0°).

A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4, szöge $180°$ (nem $0°$).
Így trigonometrikus alakja $-4 = 4(\cos 180° + i \sin 180°)$.

A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4, szöge 180° (nem 0°).
Így trigonometrikus alakja $-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$.

Figyelem! A nullának nincs trigonometrikus alakja.

A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4, szöge 180° (nem 0°).
Így trigonometrikus alakja $-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$.

Figyelem! A nullának nincs trigonometrikus alakja.
Az $r(\cos\alpha - i\sin\alpha)$ szám nincs trigonometrikus alakban!

A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4, szöge 180° (nem 0°).
Így trigonometrikus alakja $-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$.

Figyelem! A nullának nincs trigonometrikus alakja.
Az $r(\cos\alpha - i\sin\alpha)$ szám nincs trigonometrikus alakban!

Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ felírásban érdemes megengednünk olyan α szöget is, ahol $0 \leq \alpha < 360^\circ$ nem feltétlenül teljesül.

A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4, szöge $180°$ (nem $0°$).
Így trigonometrikus alakja $-4 = 4(\cos 180° + i \sin 180°)$.

Figyelem! A nullának nincs trigonometrikus alakja.
Az $r(\cos\alpha - i\sin\alpha)$ szám nincs trigonometrikus alakban!

Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ felírásban érdemes megengednünk olyan α szöget is, ahol $0 \leq \alpha < 360°$ nem feltétlenül teljesül.

Pl. $1 - i = \sqrt{2}\big(\cos(-45°) + i\sin(-45°)\big)$ emberközelibb felírás.

A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4, szöge $180°$ (nem $0°$).
Így trigonometrikus alakja $-4 = 4(\cos 180° + i \sin 180°)$.

Figyelem! A nullának nincs trigonometrikus alakja.
Az $r(\cos\alpha - i\sin\alpha)$ szám nincs trigonometrikus alakban!

Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ felírásban érdemes megengednünk olyan α szöget is, ahol $0 \leq \alpha < 360°$ nem feltétlenül teljesül.

Pl. $1 - i = \sqrt{2}\big(\cos(-45°) + i\sin(-45°)\big)$ emberközelibb felírás.

Állítás (K1.4.4, HF ellenőrizni)

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha

A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4, szöge $180°$ (nem $0°$).
Így trigonometrikus alakja $-4 = 4(\cos 180° + i \sin 180°)$.

Figyelem! A nullának nincs trigonometrikus alakja.
Az $r(\cos\alpha - i\sin\alpha)$ szám nincs trigonometrikus alakban!

Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ felírásban érdemes megengednünk olyan α szöget is, ahol $0 \le \alpha < 360°$ nem feltétlenül teljesül.

Pl. $1 - i = \sqrt{2}\big(\cos(-45°) + i\sin(-45°)\big)$ emberközelibb felírás.

Állítás (K1.4.4, HF ellenőrizni)

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$,

A trigonometrikus alak egyértelműsége

Példa

A -4 hossza (abszolút értéke) 4, szöge $180°$ (nem $0°$).
Így trigonometrikus alakja $-4 = 4(\cos 180° + i \sin 180°)$.

Figyelem! A nullának nincs trigonometrikus alakja.
Az $r(\cos\alpha - i\sin\alpha)$ szám nincs trigonometrikus alakban!

Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ felírásban érdemes megengednünk olyan α szöget is, ahol $0 \le \alpha < 360°$ nem feltétlenül teljesül.

Pl. $1 - i = \sqrt{2}\big(\cos(-45°) + i\sin(-45°)\big)$ emberközelibb felírás.

Állítás (K1.4.4, HF ellenőrizni)

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a $360°$ egész számszorosa.

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$.

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs($

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs($

Emlékeztető: $(a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$.

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) +$

Emlékeztető: $(a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$.

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$.

Emlékeztető: $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$.

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$.
Ez az ismert képletek miatt $rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Emlékeztető: $(a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$.

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$.
Ez az ismert képletek miatt $rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Példa: $1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$ négyzete
$(1-i)^2 =$

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$. Ez az ismert képletek miatt $rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Példa: $1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$ négyzete
$(1-i)^2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}($

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$.
Ez az ismert képletek miatt $rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Példa: $1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$ négyzete
$(1-i)^2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\big(\cos(315^\circ + 315^\circ)$

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$.
Ez az ismert képletek miatt $rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Példa: $1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$ négyzete
$(1-i)^2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\big(\cos(315^\circ + 315^\circ) + i\sin(315^\circ + 315^\circ)\big)$

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$.
Ez az ismert képletek miatt $rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Példa: $1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$ négyzete
$(1-i)^2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\big(\cos(315^\circ + 315^\circ) + i\sin(315^\circ + 315^\circ)\big) =$
$= 2(\cos 630^\circ + i\sin 630^\circ)$

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$.
Ez az ismert képletek miatt $rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Példa: $1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$ négyzete
$(1-i)^2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\big(\cos(315^\circ + 315^\circ) + i\sin(315^\circ + 315^\circ)\big) =$
$= 2(\cos 630^\circ + i\sin 630^\circ) = 2(\cos 270^\circ + i\sin 270^\circ) =$

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$.
Ez az ismert képletek miatt $rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Példa: $1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$ négyzete
$(1-i)^2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\big(\cos(315^\circ + 315^\circ) + i\sin(315^\circ + 315^\circ)\big) =$
$= 2(\cos 630^\circ + i\sin 630^\circ) = 2(\cos 270^\circ + i\sin 270^\circ) =$
$= 2\big(0 + i(-1)\big) =$

Szorzás trigonometrikus alakban

Tétel (K1.4.5)

Komplex számok szorzásakor hosszuk összeszorzódik, szögük pedig összeadódik.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Ekkor $zw = rs\big((\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + (\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta)i\big)$. Ez az ismert képletek miatt $rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Példa: $1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$ négyzete

$$(1-i)^2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\big(\cos(315^\circ + 315^\circ) + i\sin(315^\circ + 315^\circ)\big) =$$
$$= 2(\cos 630^\circ + i\sin 630^\circ) = 2(\cos 270^\circ + i\sin 270^\circ) =$$
$$= 2\big(0 + i(-1)\big) = -2i.$$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.

Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.

Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\left(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\right)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$(1-i)^{1526} =$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.

Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$(1-i)^{1526} =$

$1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$(1-i)^{1526} = \sqrt{2}^{1526}($

$1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.

Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$(1-i)^{1526} = \sqrt{2}^{1526}\big(\cos(1526\cdot 315^\circ) + i\sin(1526\cdot 315^\circ)\big) =$

$1 - i = \sqrt{2}(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ)$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$(1-i)^{1526} = \sqrt{2}^{1526}\big(\cos(1526\cdot 315^\circ) + i\sin(1526\cdot 315^\circ)\big) =$
$= 2^{763}($

$1526/2 = 763$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$(1-i)^{1526} = \sqrt{2}^{1526}\big(\cos(1526\cdot 315^\circ) + i\sin(1526\cdot 315^\circ)\big) =$
$= 2^{763}($

$1526 \cdot 315 = 480690$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$(1-i)^{1526} = \sqrt{2}^{1526}\big(\cos(1526\cdot 315^\circ) + i\sin(1526\cdot 315^\circ)\big) =$
$= 2^{763}($

$1526 \cdot 315 = 480690 = 1335 \cdot 360 + 90$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$$(1-i)^{1526} = \sqrt{2}^{1526}\big(\cos(1526\cdot 315^\circ) + i\sin(1526\cdot 315^\circ)\big) =$$
$$= 2^{763}\big(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ\big) =$$

$1526 \cdot 315 = 480690 = 1335 \cdot 360 + 90$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha).$

Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$$(1-i)^{1526} = \sqrt{2}^{1526}\big(\cos(1526\cdot 315^\circ) + i\sin(1526\cdot 315^\circ)\big) =$$
$$= 2^{763}\big(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ\big) = 2^{763}(0+1i) =$$

$1526 \cdot 315 = 480690 = 1335 \cdot 360 + 90$

Hatványozás trigonometrikus alakban

Házi Feladat (K1.4.6)

Osztáskor a hosszakat elosztjuk, a szögeket kivonjuk.

Moivre képlete (K, 20. oldal)

$\big(r(\cos\alpha + i\sin\alpha)\big)^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

HF: A képlet negatív (egész) kitevőre is érvényes.

Példa

$$(1-i)^{1526} = \sqrt{2}^{1526}\big(\cos(1526\cdot 315^\circ) + i\sin(1526\cdot 315^\circ)\big) =$$
$$= 2^{763}\big(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ\big) = 2^{763}(0+1i) = 2^{763}i.$$

$1526 \cdot 315 = 480690 = 1335 \cdot 360 + 90$

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\left(s(\cos\beta + i\sin\beta)\right)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

A gyökvonás képlete (K1.5.2)

Határozzuk meg $0 \neq z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ n-edik gyökeit.

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

A gyökvonás képlete (K1.5.2)

Határozzuk meg $0 \neq z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ n-edik gyökeit. Ha $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = \big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n$

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

A gyökvonás képlete (K1.5.2)

Határozzuk meg $0 \neq z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ n-edik gyökeit. Ha
$r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = \big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$,

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük, a szöget a kitevővel szorozzuk.

A gyökvonás képlete (K1.5.2)

Határozzuk meg $0 \neq z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ n-edik gyökeit. Ha $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = \big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$, akkor $s^n = r$,

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

A gyökvonás képlete (K1.5.2)

Határozzuk meg $0 \neq z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ n-edik gyökeit. Ha $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = \big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$, akkor $s^n = r$, és $n\beta - \alpha = k \cdot 2\pi$ (k egész).

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük, a szöget a kitevővel szorozzuk.

A gyökvonás képlete (K1.5.2)

Határozzuk meg $0 \neq z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ n-edik gyökeit. Ha $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = \big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$, akkor $s^n = r$, és $n\beta - \alpha = k \cdot 2\pi$ (k egész). Ezért

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük, a szöget a kitevővel szorozzuk.

A gyökvonás képlete (K1.5.2)

Határozzuk meg $0 \neq z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ n-edik gyökeit. Ha $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = \big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$, akkor $s^n = r$, és $n\beta - \alpha = k \cdot 2\pi$ (k egész). Ezért

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}$$

Gyökvonás komplex számból

Ismétlés:

Ha $r, s > 0$ valós, akkor $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = s(\cos\beta + i\sin\beta)$ pontosan akkor, ha $r = s$, és $\alpha - \beta$ a 2π egész számszorosa.

Moivre képlete: $\big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$.
Azaz hatványozáskor a hosszat a kitevőre emeljük,
a szöget a kitevővel szorozzuk.

A gyökvonás képlete (K1.5.2)

Határozzuk meg $0 \neq z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ n-edik gyökeit. Ha $r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = \big(s(\cos\beta + i\sin\beta)\big)^n = s^n(\cos n\beta + i\sin n\beta)$, akkor $s^n = r$, és $n\beta - \alpha = k \cdot 2\pi$ (k egész). Ezért

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right).$$

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \ (k \in \mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$:

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right)\ (k \in \mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$-4 =$

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) =$$

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k \in \mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}$$

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \ (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r>0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r>0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \ (k \in \mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k = 0$:

$k = 1$:

$k = 2$:

$k = 3$:

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k = 0$: $\sqrt{2}$

$k = 1$:

$k = 2$:

$k = 3$:

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r>0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k=0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i\sin(\ \pi/4)\big)$

$k=1$:

$k=2$:

$k=3$:

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i\sin(\ \pi/4)\big) = \ 1 + i$.

$k = 1$:

$k = 2$:

$k = 3$:

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \ (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i\sin(\ \pi/4)\big) = \ 1 + i.$

$k = 1$: $\sqrt{2}\big(\cos(3\pi/4) + i\sin(3\pi/4)\big)$

$k = 2$:

$k = 3$:

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right) \; (k \in \mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi + 2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\pi/4) + i\sin(\pi/4)\big) = 1 + i$.

$k = 1$: $\sqrt{2}\big(\cos(3\pi/4) + i\sin(3\pi/4)\big) = -1 + i$.

$k = 2$:

$k = 3$:

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right)\quad (k\in\mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k = 0$: $\sqrt{2}\left(\cos(\ \pi/4) + i\sin(\ \pi/4)\right) = \ \ 1+i.$

$k = 1$: $\sqrt{2}\left(\cos(3\pi/4) + i\sin(3\pi/4)\right) = -1+i.$

$k = 2$: $\sqrt{2}\left(\cos(5\pi/4) + i\sin(5\pi/4)\right)$

$k = 3$:

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\pi/4) + i\sin(\pi/4)\big) = 1 + i.$
$k = 1$: $\sqrt{2}\big(\cos(3\pi/4) + i\sin(3\pi/4)\big) = -1 + i.$
$k = 2$: $\sqrt{2}\big(\cos(5\pi/4) + i\sin(5\pi/4)\big) = -1 - i.$
$k = 3$:

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right)\quad (k\in\mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i\sin(\ \pi/4)\big) = \ \ 1 + i.$

$k = 1$: $\sqrt{2}\big(\cos(3\pi/4) + i\sin(3\pi/4)\big) = -1 + i.$

$k = 2$: $\sqrt{2}\big(\cos(5\pi/4) + i\sin(5\pi/4)\big) = -1 - i.$

$k = 3$: $\sqrt{2}\big(\cos(7\pi/4) + i\sin(7\pi/4)\big)$

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r>0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k=0$: $\sqrt{2}\left(\cos(\pi/4) + i\sin(\pi/4)\right) = 1+i$.

$k=1$: $\sqrt{2}\left(\cos(3\pi/4) + i\sin(3\pi/4)\right) = -1+i$.

$k=2$: $\sqrt{2}\left(\cos(5\pi/4) + i\sin(5\pi/4)\right) = -1-i$.

$k=3$: $\sqrt{2}\left(\cos(7\pi/4) + i\sin(7\pi/4)\right) = 1-i$.

Példa gyökvonásra

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

($\sqrt[n]{r}$: $r > 0$ valós, egyértelműen vonható pozitív n-edik gyök.)

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right)\quad (k\in\mathbb{Z})$$

Hányféle számot kapunk?

$k=0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\pi/4) + i\sin(\pi/4)\big) = 1+i$.

$k=1$: $\sqrt{2}\big(\cos(3\pi/4) + i\sin(3\pi/4)\big) = -1+i$.

$k=2$: $\sqrt{2}\big(\cos(5\pi/4) + i\sin(5\pi/4)\big) = -1-i$.

$k=3$: $\sqrt{2}\big(\cos(7\pi/4) + i\sin(7\pi/4)\big) = 1-i$. Tovább?

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$:

$k = 4$:

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4} \right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.

$k = 4$:

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$
$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4} \right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big)$

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.

$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big) = 1 + i$,

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$
$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra.

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$
$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$.

A negyedik gyökök száma

$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$

$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \dfrac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \dfrac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

A negyedik gyökök száma

$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$

$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$

$k = 0$: $\sqrt{2}\left(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\right) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\left(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\right) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$\frac{\pi + 2(k+4)\pi}{4} =$

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4} \right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$$\frac{\pi + 2(k+4)\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} =$$

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka:
$9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$$\frac{\pi + 2(k+4)\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + 2\pi.$$

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$
$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi + 2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\left(\cos(\ \pi/4) + i\sin(\ \pi/4)\right) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\left(\cos(9\pi/4) + i\sin(9\pi/4)\right) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$$\frac{\pi + 2(k+4)\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{\pi+2k\pi}{4} + 2\pi.$$

Ha $m - k$ osztható 4-gyel, akkor m és k ugyanazt a gyököt adja.

A negyedik gyökök száma

$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$$\frac{\pi + 2(k+4)\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + 2\pi.$$

Ha $m - k$ osztható 4-gyel, akkor m és k ugyanazt a gyököt adja. Ezért csak k-nak a 4-gyel való osztási maradéka számít.

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{4} + i\sin\frac{\pi+2k\pi}{4}\right) \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$k=0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i\sin(\ \pi/4)\big) = 1+i$.
$k=4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i\sin(9\pi/4)\big) = 1+i$, mint $k=0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$$\frac{\pi+2(k+4)\pi}{4} = \frac{\pi+2k\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{\pi+2k\pi}{4} + 2\pi.$$

Ha $m-k$ osztható 4-gyel, akkor m és k ugyanazt a gyököt adja.
Ezért csak k-nak a 4-gyel való osztási maradéka számít.

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van:

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$$\frac{\pi + 2(k+4)\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + 2\pi.$$

Ha $m - k$ osztható 4-gyel, akkor m és k ugyanazt a gyököt adja. Ezért csak k-nak a 4-gyel való osztási maradéka számít.

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1 + i$,

A negyedik gyökök száma

$-4 = 4(\cos 180° + i \sin 180°) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$

$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \dfrac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \dfrac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$

$k = 0$: $\sqrt{2}\big(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\big) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\big(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\big) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$$\frac{\pi + 2(k+4)\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + 2\pi.$$

Ha $m - k$ osztható 4-gyel, akkor m és k ugyanazt a gyököt adja. Ezért csak k-nak a 4-gyel való osztási maradéka számít.

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1 + i$, $\ -1 + i$,

A negyedik gyökök száma

$$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\left(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\right) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\left(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\right) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$$\frac{\pi + 2(k+4)\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + 2\pi.$$

Ha $m - k$ osztható 4-gyel, akkor m és k ugyanazt a gyököt adja. Ezért csak k-nak a 4-gyel való osztási maradéka számít.

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1 + i$, $-1 + i$, $-1 - i$,

A negyedik gyökök száma

$-4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4}\left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$k = 0$: $\sqrt{2}\left(\cos(\ \pi/4) + i \sin(\ \pi/4)\right) = 1 + i$.
$k = 4$: $\sqrt{2}\left(\cos(9\pi/4) + i \sin(9\pi/4)\right) = 1 + i$, mint $k = 0$-ra. Oka: $9\pi/4 - \pi/4 = 2\pi$. A szöget 2π-vel változtatva a szám nem változik.

$$\frac{\pi + 2(k+4)\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \frac{\pi + 2k\pi}{4} + 2\pi.$$

Ha $m - k$ osztható 4-gyel, akkor m és k ugyanazt a gyököt adja.
Ezért csak k-nak a 4-gyel való osztási maradéka számít.

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1 + i, \ -1 + i, \ -1 - i, \ 1 - i$.

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \ (k\in\mathbb{Z})$$

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \ (k \in \mathbb{Z})$$

Ha $m-k$ osztható n-nel,

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

Ha $m-k$ osztható n-nel, azaz $m = k + n\ell$ (ℓ egész),

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k \in \mathbb{Z})$$

Ha $m-k$ osztható n-nel, azaz $m = k + n\ell$ (ℓ egész), akkor

$$\frac{\alpha+2m\pi}{n} =$$

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

Ha $m-k$ osztható n-nel, azaz $m = k + n\ell$ (ℓ egész), akkor

$$\frac{\alpha+2m\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \frac{2n\ell\pi}{n} =$$

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

Ha $m-k$ osztható n-nel, azaz $m=k+n\ell$ (ℓ egész), akkor

$$\frac{\alpha+2m\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \frac{2n\ell\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \ell\cdot 2\pi.$$

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ha $m-k$ osztható n-nel, azaz $m = k + n\ell$ (ℓ egész), akkor

$$\frac{\alpha+2m\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \frac{2n\ell\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \ell\cdot 2\pi.$$

Ezért csak k-nak az n-nel való osztási maradéka számít.

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

Ha $m-k$ osztható n-nel, azaz $m = k + n\ell$ (ℓ egész), akkor

$$\frac{\alpha+2m\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \frac{2n\ell\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \ell\cdot 2\pi.$$

Ezért csak k-nak az n-nel való osztási maradéka számít.

Házi feladat (a bizonyításhoz hozzátartozik)

Ha $m-k$ nem osztható n-nel,

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

Ha $m-k$ osztható n-nel, azaz $m = k + n\ell$ (ℓ egész), akkor

$$\frac{\alpha+2m\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \frac{2n\ell\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \ell\cdot 2\pi.$$

Ezért csak k-nak az n-nel való osztási maradéka számít.

Házi feladat (a bizonyításhoz hozzátartozik)

Ha $m-k$ nem osztható n-nel, akkor a szögek különbsége nem lesz 2π egész többszöröse,

Az n-edik gyökök száma

Tétel (K1.5.4)

Minden nem nulla komplex számnak n darab n-edik gyöke van.

Bizonyítás

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)\ (k\in\mathbb{Z})$$

Ha $m-k$ osztható n-nel, azaz $m = k + n\ell$ (ℓ egész), akkor

$$\frac{\alpha+2m\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \frac{2n\ell\pi}{n} = \frac{\alpha+2k\pi}{n} + \ell\cdot 2\pi.$$

Ezért csak k-nak az n-nel való osztási maradéka számít.

Házi feladat (a bizonyításhoz hozzátartozik)

Ha $m-k$ nem osztható n-nel, akkor a szögek különbsége nem lesz 2π egész többszöröse, és így a két n-edik gyök különböző. $\square$

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Állítás (K1.4.5)

Ha $w \neq 0$, akkor az $f : z \mapsto zw$ függvény (a w-vel szorzás)

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Állítás (K1.4.5)

Ha $w \neq 0$, akkor az $f : z \mapsto zw$ függvény (a w-vel szorzás) forgatva nyújtás:

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Állítás (K1.4.5)

Ha $w \neq 0$, akkor az $f : z \mapsto zw$ függvény (a w-vel szorzás) forgatva nyújtás: w szögével forgat az origó körül,

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Állítás (K1.4.5)

Ha $w \neq 0$, akkor az $f : z \mapsto zw$ függvény (a w-vel szorzás) forgatva nyújtás: w szögével forgat az origó körül, és $|w|$ hosszaszorosára nyújt az origóból.

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Állítás (K1.4.5)

Ha $w \neq 0$, akkor az $f : z \mapsto zw$ függvény (a w-vel szorzás) forgatva nyújtás: w szögével forgat az origó körül, és $|w|$ hosszaszorosára nyújt az origóból.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$.

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Állítás (K1.4.5)

Ha $w \neq 0$, akkor az $f : z \mapsto zw$ függvény (a w-vel szorzás) forgatva nyújtás: w szögével forgat az origó körül, és w hosszaszorosára nyújt az origóból.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Láttuk, hogy $zw = rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$.

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Állítás (K1.4.5)

Ha $w \neq 0$, akkor az $f : z \mapsto zw$ függvény (a w-vel szorzás) forgatva nyújtás: w szögével forgat az origó körül, és w hosszaszorosára nyújt az origóból.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Láttuk, hogy $zw = rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$. Ezért

- zw szöge z szögénél β-val nagyobb,

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Állítás (K1.4.5)

Ha $w \neq 0$, akkor az $f : z \mapsto zw$ függvény (a w-vel szorzás) forgatva nyújtás: w szögével forgat az origó körül, és w hosszaszorosára nyújt az origóból.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i\sin\beta)$. Láttuk, hogy $zw = rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$. Ezért

- zw szöge z szögénél β-val nagyobb,
- zw hossza pedig z hosszának s-szerese.

Eltolás, forgatás, nyújtás

A $z \mapsto z + w$ függvény a w vektorral való eltolás.

Állítás (K1.4.5)

Ha $w \neq 0$, akkor az $f : z \mapsto zw$ függvény (a w-vel szorzás) forgatva nyújtás: w szögével forgat az origó körül, és $|w|$ hosszaszorosára nyújt az origóból.

Bizonyítás

Legyen $z = r(\cos\alpha + i \sin\alpha)$ és $w = s(\cos\beta + i \sin\beta)$. Láttuk, hogy $zw = rs\big(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)\big)$. Ezért

- zw szöge z szögénél β-val nagyobb,
- zw hossza pedig z hosszának s-szerese.

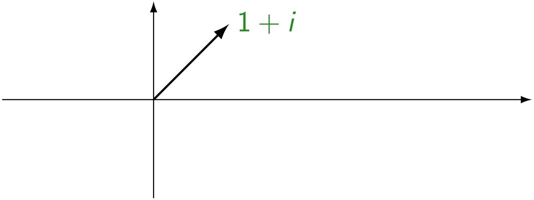
Így az f függvény a z vektort β-val forgatja, s-szeresére nyújtja. $\square$

A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van:

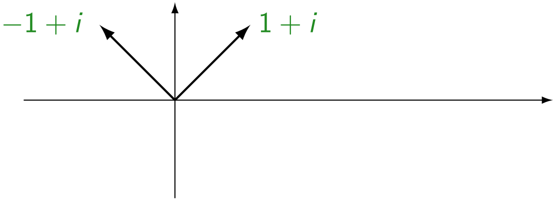
A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$,



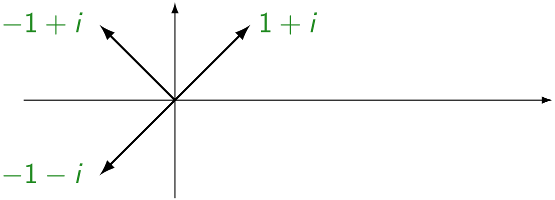
A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$, $-1+i$,



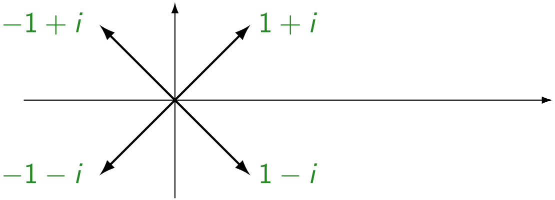
A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$, $-1+i$, $-1-i$,



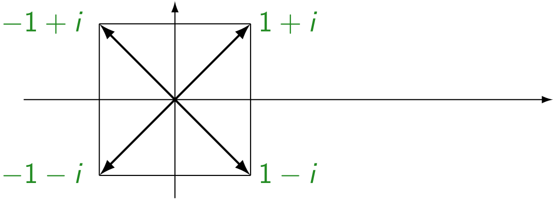
A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$, $-1+i$, $-1-i$, $1-i$.



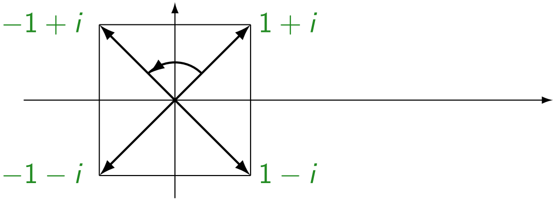
A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$, $-1+i$, $-1-i$, $1-i$.
Ezek egy négyzet négy csúcsában helyezkednek el,
melynek középpontja az origó.



A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$, $-1+i$, $-1-i$, $1-i$.
Ezek egy négyzet négy csúcsában helyezkednek el, melynek középpontja az origó.

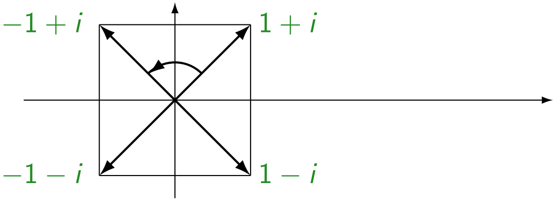


Bizonyítás

$1+i$-nek a $+90°$-os elforgatottja $-1+i$, mert

A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$, $-1+i$, $-1-i$, $1-i$.
Ezek egy négyzet négy csúcsában helyezkednek el,
melynek középpontja az origó.



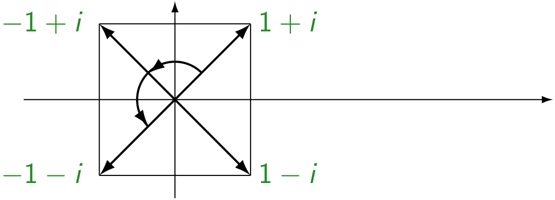
Bizonyítás

$1+i$-nek a $+90°$-os elforgatottja $-1+i$, mert $i(1+i) = -1+i$.

$i = 1(\cos 90° + i \sin 90°)$.

A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$, $-1+i$, $-1-i$, $1-i$.
Ezek egy négyzet négy csúcsában helyezkednek el,
melynek középpontja az origó.



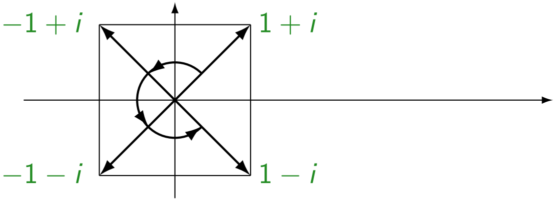
Bizonyítás

$1+i$-nek a $+90°$-os elforgatottja $-1+i$, mert $i(1+i)=-1+i$.
Hasonlóan $i(-1+i)=-1-i$,

$i = 1(\cos 90° + i \sin 90°)$.

A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$, $-1+i$, $-1-i$, $1-i$.
Ezek egy négyzet négy csúcsában helyezkednek el,
melynek középpontja az origó.



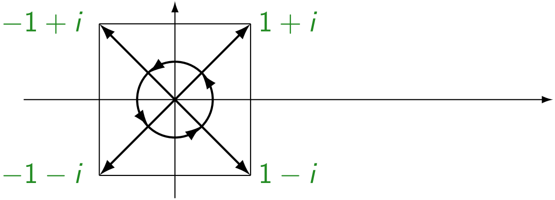
Bizonyítás

$1+i$-nek a $+90°$-os elforgatottja $-1+i$, mert $i(1+i) = -1+i$.
Hasonlóan $i(-1+i) = -1-i$, $i(-1-i) = 1-i$,

$i = 1(\cos 90° + i \sin 90°)$.

A negyedik gyökök elhelyezkedése

$\sqrt[4]{-4}$-nek négy értéke van: $1+i$, $-1+i$, $-1-i$, $1-i$.
Ezek egy négyzet négy csúcsában helyezkednek el,
melynek középpontja az origó.



Bizonyítás

$1+i$-nek a $+90°$-os elforgatottja $-1+i$, mert $i(1+i) = -1+i$.
Hasonlóan $i(-1+i) = -1-i$, $i(-1-i) = 1-i$, $i(1-i) = 1+i$.

$i = 1(\cos 90° + i \sin 90°)$.

Az n-edik gyökök elhelyezkedése

Tétel (K1.5.4)

Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.

Az n-edik gyökök elhelyezkedése

Tétel (K1.5.4)

Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.

Bizonyítás

Ha $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, akkor $\sqrt[n]{z}$ értékei

Az n-edik gyökök elhelyezkedése

Tétel (K1.5.4)

Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.

Bizonyítás

Ha $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, akkor $\sqrt[n]{z}$ értékei $w_1, w_2, \ldots, w_n$,

ahol $w_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\alpha + 2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{\alpha + 2k\pi}{n}\right)$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Az n-edik gyökök elhelyezkedése

Tétel (K1.5.4)

Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.

Bizonyítás

Ha $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, akkor $\sqrt[n]{z}$ értékei $w_1, w_2, \ldots, w_n$,

ahol $w_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\alpha + 2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{\alpha + 2k\pi}{n}\right)$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Ha $\varepsilon = \cos(2\pi/n) + i\sin(2\pi/n)$,

Az n-edik gyökök elhelyezkedése

Tétel (K1.5.4)

Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.

Bizonyítás

Ha $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, akkor $\sqrt[n]{z}$ értékei $w_1, w_2, \ldots, w_n$,

ahol $w_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{\alpha+2k\pi}{n}\right)$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Ha $\varepsilon = \cos(2\pi/n) + i\sin(2\pi/n)$, akkor $\varepsilon w_k = w_{k+1}$, mert

Az n-edik gyökök elhelyezkedése

Tétel (K1.5.4)

Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.

Bizonyítás

Ha $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, akkor $\sqrt[n]{z}$ értékei $w_1, w_2, \ldots, w_n$,

ahol $w_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{\alpha+2k\pi}{n}\right)$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Ha $\varepsilon = \cos(2\pi/n) + i\sin(2\pi/n)$, akkor $\varepsilon w_k = w_{k+1}$, mert

$$\frac{\alpha+2k\pi}{n} + \frac{2\pi}{n} =$$

Az n-edik gyökök elhelyezkedése

Tétel (K1.5.4)

Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.

Bizonyítás

Ha $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, akkor $\sqrt[n]{z}$ értékei $w_1, w_2, \ldots, w_n$,

ahol $w_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\alpha + 2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{\alpha + 2k\pi}{n}\right)$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Ha $\varepsilon = \cos(2\pi/n) + i\sin(2\pi/n)$, akkor $\varepsilon w_k = w_{k+1}$, mert

$$\frac{\alpha + 2k\pi}{n} + \frac{2\pi}{n} = \frac{\alpha + 2(k+1)\pi}{n}.$$

Az n-edik gyökök elhelyezkedése

Tétel (K1.5.4)

Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.

Bizonyítás

Ha $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, akkor $\sqrt[n]{z}$ értékei $w_1, w_2, \ldots, w_n$,

ahol $w_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{\alpha+2k\pi}{n}\right)$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Ha $\varepsilon = \cos(2\pi/n) + i\sin(2\pi/n)$, akkor $\varepsilon w_k = w_{k+1}$, mert

$$\frac{\alpha+2k\pi}{n} + \frac{2\pi}{n} = \frac{\alpha+2(k+1)\pi}{n}.$$

De az ε-nal szorzás $2\pi/n$-nel forgat,

Az n-edik gyökök elhelyezkedése

Tétel (K1.5.4)

Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.

Bizonyítás

Ha $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, akkor $\sqrt[n]{z}$ értékei $w_1, w_2, \ldots, w_n$,

ahol $w_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{\alpha+2k\pi}{n}\right)$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Ha $\varepsilon = \cos(2\pi/n) + i\sin(2\pi/n)$, akkor $\varepsilon w_k = w_{k+1}$, mert

$$\frac{\alpha+2k\pi}{n} + \frac{2\pi}{n} = \frac{\alpha+2(k+1)\pi}{n}.$$

De az ε-nal szorzás $2\pi/n$-nel forgat, ami a szabályos n-szögben egy oldalhoz tartozó középponti szög. $\square$

A 6. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Komplex számsík (K1.4. szakasz).

A 6. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Komplex számsík (K1.4. szakasz).
Komplex szám hossza, szöge, trigonometrikus alakja (K, 18. oldal).

A 6. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Komplex számsík (K1.4. szakasz).
Komplex szám hossza, szöge, trigonometrikus alakja (K, 18. oldal).

Tételek

A komplex számok összeadása vektorösszeadás (K1.4.1).

A 6. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Komplex számsík (K1.4. szakasz).
Komplex szám hossza, szöge, trigonometrikus alakja (K, 18. oldal).

Tételek

A komplex számok összeadása vektorösszeadás (K1.4.1).
Szorzás trigonometrikus alakban (K1.4.5).

A 6. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Komplex számsík (K1.4. szakasz).
Komplex szám hossza, szöge, trigonometrikus alakja (K, 18. oldal).

Tételek

A komplex számok összeadása vektorösszeadás (K1.4.1).
Szorzás trigonometrikus alakban (K1.4.5).
A trigonometrikus alak egyértelműsége (K1.4.4).

A 6. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Komplex számsík (K1.4. szakasz).
Komplex szám hossza, szöge, trigonometrikus alakja (K, 18. oldal).

Tételek

A komplex számok összeadása vektorösszeadás (K1.4.1).
Szorzás trigonometrikus alakban (K1.4.5).
A trigonometrikus alak egyértelműsége (K1.4.4).
Hatványozás, Moivre képlete (K, 20. oldal).

A 6. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Komplex számsík (K1.4. szakasz).
Komplex szám hossza, szöge, trigonometrikus alakja (K, 18. oldal).

Tételek

A komplex számok összeadása vektorösszeadás (K1.4.1).
Szorzás trigonometrikus alakban (K1.4.5).
A trigonometrikus alak egyértelműsége (K1.4.4).
Hatványozás, Moivre képlete (K, 20. oldal).
Komplex szám n-edik gyökének képlete (K1.5.2).

A 6. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Komplex számsík (K1.4. szakasz).
Komplex szám hossza, szöge, trigonometrikus alakja (K, 18. oldal).

Tételek

A komplex számok összeadása vektorösszeadás (K1.4.1).
Szorzás trigonometrikus alakban (K1.4.5).
A trigonometrikus alak egyértelműsége (K1.4.4).
Hatványozás, Moivre képlete (K, 20. oldal).
Komplex szám n-edik gyökének képlete (K1.5.2).
Az n-edik gyökök száma, elhelyezkedése (K1.5.4).

A 6. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Komplex számsík (K1.4. szakasz).
Komplex szám hossza, szöge, trigonometrikus alakja (K, 18. oldal).

Tételek

A komplex számok összeadása vektorösszeadás (K1.4.1).
Szorzás trigonometrikus alakban (K1.4.5).
A trigonometrikus alak egyértelműsége (K1.4.4).
Hatványozás, Moivre képlete (K, 20. oldal).
Komplex szám n-edik gyökének képlete (K1.5.2).
Az n-edik gyökök száma, elhelyezkedése (K1.5.4).
Forgatva nyújtás (K1.4.5).