

# Algebra és számelmélet

## ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Konzultáció: Kiss Emil

<http://ewkiss.web.elte.hu/wp/wordpress>

[ewkiss@gmail.com](mailto:ewkiss@gmail.com)

2. előadás

# Vektorok és helyvektorok

## Ismétlés

A sík **vektorai** irányított szakaszok, de két vektor **egyenlő**, ha párhuzamosak,

# Vektorok és helyvektorok

## Ismétlés

A sík **vektorai** irányított szakaszok, de két vektor **egyenlő**, ha párhuzamosak, egyenlő hosszúak

# Vektorok és helyvektorok

## Ismétlés

A sík **vektorai** irányított szakaszok, de két vektor **egyenlő**, ha párhuzamosak, egyenlő hosszúak és irányúak.

# Vektorok és helyvektorok

## Ismétlés

A sík **vektorai** irányított szakaszok, de két vektor **egyenlő**, ha párhuzamosak, egyenlő hosszúak és irányúak.

Így minden vektor kezdőpontja az  $O$  origóba tolható.

# Vektorok és helyvektorok

## Ismétlés

A sík **vektorai** irányított szakaszok, de két vektor **egyenlő**, ha párhuzamosak, egyenlő hosszúak és irányúak.

Így minden vektor kezdőpontja az  $O$  origóba tolható.

A sík minden pontját egyértelműen kijelöli egy ilyen  $\overrightarrow{OA}$  vektor  $A$  végpontja.

# Vektorok és helyvektorok

## Ismétlés

A sík **vektorai** irányított szakaszok, de két vektor **egyenlő**, ha párhuzamosak, egyenlő hosszúak és irányúak.

Így minden vektor kezdőpontja az  $O$  origóba tolható.

A sík minden pontját egyértelműen kijelöli egy ilyen  $\overrightarrow{OA}$  vektor  $A$  végpontja. Ez az  $A$  pont **helyvektora**.

# Vektorok és helyvektorok

## Ismétlés

A sík **vektorai** irányított szakaszok, de két vektor **egyenlő**, ha párhuzamosak, egyenlő hosszúak és irányúak.

Így minden vektor kezdőpontja az  $O$  origóba tolható.

A sík minden pontját egyértelműen kijelöli egy ilyen  $\overrightarrow{OA}$  vektor  $A$  végpontja. Ez az  $A$  pont **helyvektora**.

## Jelölés

Az origóból az  $A = (a, b)$  pontba mutató vektort szintén az  $(a, b)$  számpárral adjuk meg.



# Vektorok és helyvektorok

## Ismétlés

A sík **vektorai** irányított szakaszok, de két vektor **egyenlő**, ha párhuzamosak, egyenlő hosszúak és irányúak.

Így minden vektor kezdőpontja az  $O$  origóba tolható.

A sík minden pontját egyértelműen kijelöli egy ilyen  $\overrightarrow{OA}$  vektor  $A$  végpontja. Ez az  $A$  pont **helyvektora**.

## Jelölés

Az origóból az  $A = (a, b)$  pontba mutató vektort szintén az  $(a, b)$  számpárral adjuk meg.

Tehát beszélhetünk a  $z = (a, b) = \overrightarrow{OA}$  vektorról.

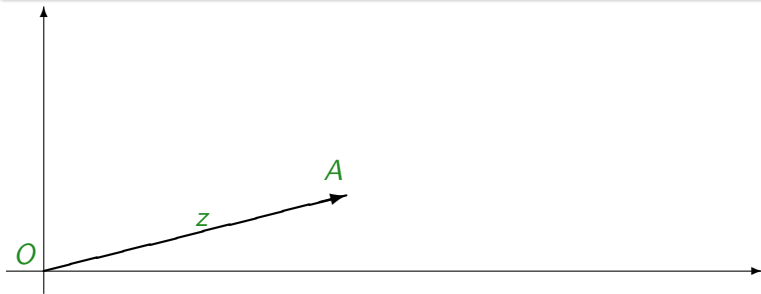
# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

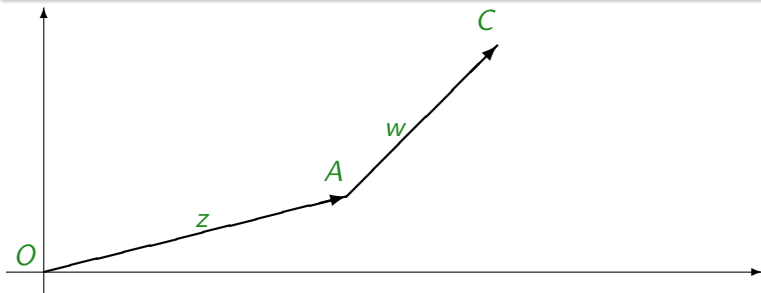
$\vec{OA}$



# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

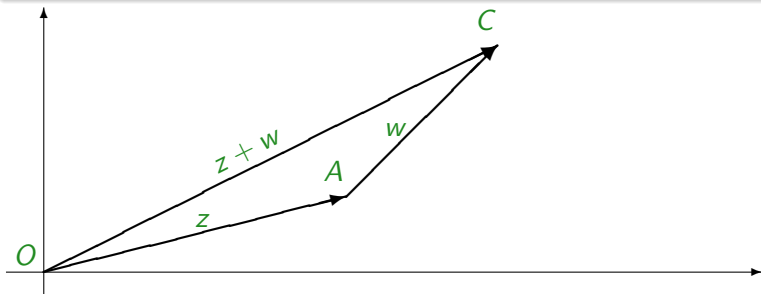
$$\vec{OA} + \vec{AC} =$$



# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

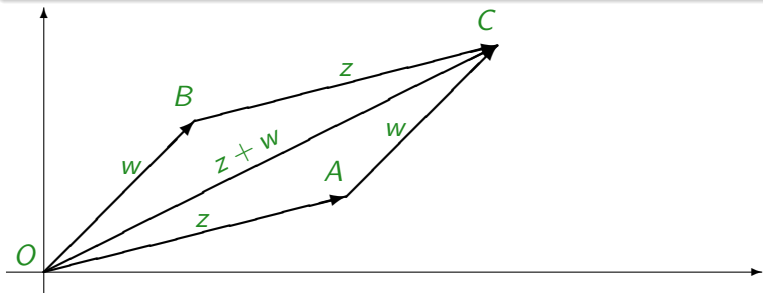
$$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}.$$



# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

$$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}.$$

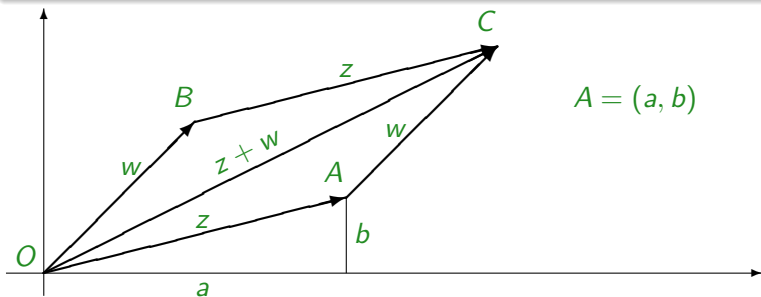


Ez a **paralelogramma-szabály**, hiszen  $OACB$  paralelogramma.

# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

$$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}.$$



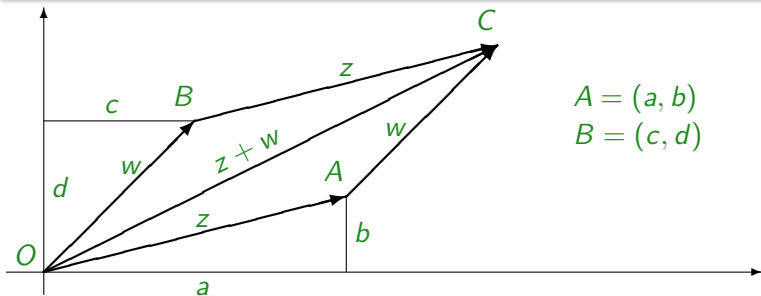
Ez a **paralelogramma-szabály**, hiszen  $OACB$  paralelogramma.

$$A \ z = \vec{OA} = \vec{BC} = (a, b)$$

# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

$$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}.$$



$$A = (a, b)$$

$$B = (c, d)$$

Ez a **paralelogramma-szabály**, hiszen  $OACB$  paralelogramma.

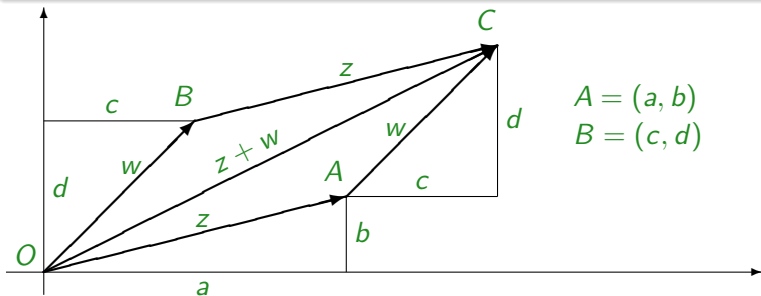
A  $z = \vec{OA} = \vec{BC} = (a, b)$  és  $w = \vec{OB} = \vec{AC} = (c, d)$  vektorok összege



# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

$$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}.$$



$$A = (a, b)$$

$$B = (c, d)$$

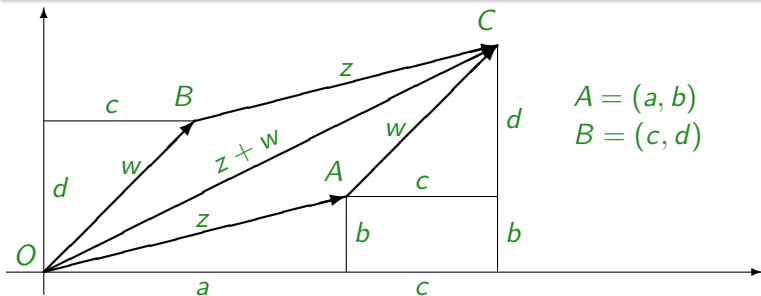
Ez a **paralelogramma-szabály**, hiszen  $OACB$  paralelogramma.

A  $z = \vec{OA} = \vec{BC} = (a, b)$  és  $w = \vec{OB} = \vec{AC} = (c, d)$  vektorok összege

# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

$$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}.$$



$$A = (a, b)$$

$$B = (c, d)$$

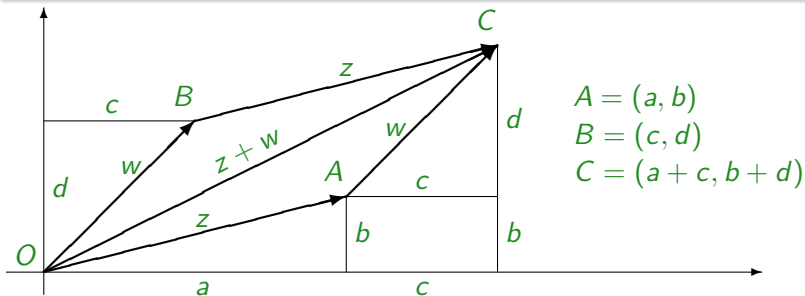
Ez a **paralelogramma-szabály**, hiszen  $OACB$  paralelogramma.

$A z = \vec{OA} = \vec{BC} = (a, b)$  és  $w = \vec{OB} = \vec{AC} = (c, d)$  vektorok összege

# Vektorösszeadás

A vektorok **összeadása** egymás után fűzéssel történik:

$$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}.$$



Ez a **paralelogramma-szabály**, hiszen  $OACB$  paralelogramma.

A  $z = \vec{OA} = \vec{BC} = (a, b)$  és  $w = \vec{OB} = \vec{AC} = (c, d)$  vektorok összege  $z + w = \vec{OC} = (a + c, b + d)$ .

# Skalárral szorzás

Legyen  $\lambda$  valós szám (skalár).

# Skalárral szorzás

Legyen  $\lambda$  valós szám (skalár).

Az  $\vec{OA}$  vektor  $\lambda$ -szorosára az  $\vec{OB}$ , ahol a  $B$  pontot úgy kapjuk, hogy

# Skalárral szorzás

Legyen  $\lambda$  valós szám (skalár).

Az  $\vec{OA}$  vektor  $\lambda$ -szorosára az  $\vec{OB}$ , ahol a  $B$  pontot úgy kapjuk, hogy az  $A$  pontot az origóból  $|\lambda|$ -szorosára nyújtjuk,

# Skalárral szorzás

Legyen  $\lambda$  valós szám (skalár).

Az  $\vec{OA}$  vektor  $\lambda$ -szorosára az  $\vec{OB}$ , ahol a  $B$  pontot úgy kapjuk, hogy az  $A$  pontot az origóból  $|\lambda|$ -szorosára nyújtjuk, és ha  $\lambda$  negatív, akkor tükrözzük is az origóra.

# Skalárral szorzás

Legyen  $\lambda$  valós szám (skalár).

Az  $\vec{OA}$  vektor  $\lambda$ -szorosára az  $\vec{OB}$ , ahol a  $B$  pontot úgy kapjuk, hogy az  $A$  pontot az origóból  $|\lambda|$ -szorosára nyújtjuk, és ha  $\lambda$  negatív, akkor tükrözzük is az origóra.

## Állítás

Ha  $\vec{OA} = (a, b)$ , akkor  $\lambda\vec{OA} = (\lambda a, \lambda b)$ . □



# Skalárral szorzás

Legyen  $\lambda$  valós szám (skalár).

Az  $\vec{OA}$  vektor  $\lambda$ -szorosára az  $\vec{OB}$ , ahol a  $B$  pontot úgy kapjuk, hogy az  $A$  pontot az origóból  $|\lambda|$ -szorosára nyújtjuk, és ha  $\lambda$  negatív, akkor tükrözzük is az origóra.

## Állítás

Ha  $\vec{OA} = (a, b)$ , akkor  $\lambda\vec{OA} = (\lambda a, \lambda b)$ . □

Az  $(a, b)$  vektort néha oszlopvektornak írjuk:  $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ .

# Skalárral szorzás

Legyen  $\lambda$  valós szám (skalár).

Az  $\vec{OA}$  vektor  $\lambda$ -szorosára az  $\vec{OB}$ , ahol a  $B$  pontot úgy kapjuk, hogy az  $A$  pontot az origóból  $|\lambda|$ -szorosára nyújtjuk, és ha  $\lambda$  negatív, akkor tükrözzük is az origóra.

## Állítás

Ha  $\vec{OA} = (a, b)$ , akkor  $\lambda\vec{OA} = (\lambda a, \lambda b)$ . □

Az  $(a, b)$  vektort néha oszlopvektornak írjuk:  $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ . Tehát

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + c \\ b + d \end{bmatrix}$$

# Skalárral szorzás

Legyen  $\lambda$  valós szám (skalár).

Az  $\vec{OA}$  vektor  $\lambda$ -szorosa az  $\vec{OB}$ , ahol a  $B$  pontot úgy kapjuk, hogy az  $A$  pontot az origóból  $|\lambda|$ -szorosára nyújtjuk, és ha  $\lambda$  negatív, akkor tükrözzük is az origóra.

## Állítás

Ha  $\vec{OA} = (a, b)$ , akkor  $\lambda\vec{OA} = (\lambda a, \lambda b)$ . □

Az  $(a, b)$  vektort néha oszlopvektornak írjuk:  $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ . Tehát

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}.$$

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”,

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

Az  $n$  szám a  $T^n$  **dimenziója**.



# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

Az  $n$  szám a  $T^n$  **dimenziója**. A sík, azaz  $\mathbb{R}^2$  kétdimenziós.

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

Az  $n$  szám a  $T^n$  **dimenziója**. A sík, azaz  $\mathbb{R}^2$  kétdimenziós.

Értelmezzük  $T^n$ -en az **összeadást**

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

Az  $n$  szám a  $T^n$  **dimenziója**. A sík, azaz  $\mathbb{R}^2$  kétdimenziós.

Értelmezzük  $T^n$ -en az **összeadást**

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} =$$

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

Az  $n$  szám a  $T^n$  **dimenziója**. A sík, azaz  $\mathbb{R}^2$  kétdimenziós.

Értelmezzük  $T^n$ -en az **összeadást**

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix}$$

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

Az  $n$  szám a  $T^n$  **dimenziója**. A sík, azaz  $\mathbb{R}^2$  kétdimenziós.

Értelmezzük  $T^n$ -en az **összeadást** és a  $\lambda \in T$  **skalárral szorzást**.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix}$$

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

Az  $n$  szám a  $T^n$  **dimenziója**. A sík, azaz  $\mathbb{R}^2$  kétdimenziós.

Értelmezzük  $T^n$ -en az **összeadást** és a  $\lambda \in T$  **skalárral szorzást**.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} =$$

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

Az  $n$  szám a  $T^n$  **dimenziója**. A sík, azaz  $\mathbb{R}^2$  kétdimenziós.

Értelmezzük  $T^n$ -en az **összeadást** és a  $\lambda \in T$  **skalárral szorzást**.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

# Általános vektorok, műveletek

## F3.1.5. Definíció

Legyen  $T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$  (valós, illetve racionális számok).

A  $T$  fölötti  $n$  magas **oszlopvektorok** az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol  $a_1, \dots, a_n \in T$ .

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele  $T^n$ .

Az  $n$  szám a  $T^n$  **dimenziója**. A sík, azaz  $\mathbb{R}^2$  kétdimenziós.

Értelmezzük  $T^n$ -en az **összeadást** és a  $\lambda \in T$  **skalárral szorzást**.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni **komponensenként** kell.



# A műveleti tulajdonságok

## A nullvektor

# A műveleti tulajdonságok

$$\text{A nullvektor } 0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$

# A műveleti tulajdonságok

$$\text{A nullvektor } 0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$

(minden komponens  $T$  nulleleme)

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  
(minden komponens  $T$  nulleleme)

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} =$   
(minden komponens  $T$  nulleleme)

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$   
(minden komponens  $T$  nulleleme)

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$   
(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$   
(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Tetszőleges  $u, v, w \in T^n$  vektorokra, és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra



# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Tetszőleges  $u, v, w \in T^n$  vektorokra, és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

(1)  $(u + v) + w = u + (v + w)$  (az összeadás **asszociatív**).

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Tetszőleges  $u, v, w \in T^n$  vektorokra, és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(u + v) + w = u + (v + w)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $u + v = v + u$  (az összeadás **kommutatív**).

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Tetszőleges  $u, v, w \in T^n$  vektorokra, és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

- (1)  $(u + v) + w = u + (v + w)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $u + v = v + u$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $u + 0 = 0 + u = u$  ( $0$  a **nullvektor**).

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Tetszőleges  $u, v, w \in T^n$  vektorokra, és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

- (1)  $(u + v) + w = u + (v + w)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $u + v = v + u$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $u + 0 = 0 + u = u$  ( $0$  a **nullvektor**).
- (4)  $u + (-u) = (-u) + u = 0$  ( $-u$  az  $u$  **ellentettje**).

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Tetszőleges  $u, v, w \in T^n$  vektorokra, és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

- (1)  $(u + v) + w = u + (v + w)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $u + v = v + u$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $u + 0 = 0 + u = u$  ( $0$  a **nullvektor**).
- (4)  $u + (-u) = (-u) + u = 0$  ( $-u$  az  $u$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$ .

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Tetszőleges  $u, v, w \in T^n$  vektorokra, és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

- (1)  $(u + v) + w = u + (v + w)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $u + v = v + u$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $u + 0 = 0 + u = u$  ( $0$  a **nullvektor**).
- (4)  $u + (-u) = (-u) + u = 0$  ( $-u$  az  $u$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$ .
- (6)  $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$ .

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Tetszőleges  $u, v, w \in T^n$  vektorokra, és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

- (1)  $(u + v) + w = u + (v + w)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $u + v = v + u$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $u + 0 = 0 + u = u$  ( $0$  a **nullvektor**).
- (4)  $u + (-u) = (-u) + u = 0$  ( $-u$  az  $u$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$ .
- (6)  $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$ .
- (7)  $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$ .

# A műveleti tulajdonságok

A **nullvektor**  $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$  és az **ellentett**:  $-\begin{bmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens  $T$  nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Tetszőleges  $u, v, w \in T^n$  vektorokra, és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

- (1)  $(u + v) + w = u + (v + w)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $u + v = v + u$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $u + 0 = 0 + u = u$  ( $0$  a **nullvektor**).
- (4)  $u + (-u) = (-u) + u = 0$  ( $-u$  az  $u$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$ .
- (6)  $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$ .
- (7)  $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$ .
- (8)  $1 \cdot u = u$  (ahol  $1$  a  $T$  **egységeleme**).



# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat,

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak.

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli.

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok.

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

Az  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  azt az  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló mátrixot jelöli,

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

Az  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  azt az  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $a_{ij} \in T$ .

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

Az  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  azt az  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $a_{ij} \in T$ .

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$ ,



# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

Az  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  azt az  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $a_{ij} \in T$ .

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ .

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

Az  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  azt az  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $a_{ij} \in T$ .

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ .

Ha  $M = ((i + j)) \in T^{2 \times 2}$ ,

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

Az  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  azt az  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $a_{ij} \in T$ .

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ .

Ha  $M = ((i+j)) \in T^{2 \times 2}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} =$

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

Az  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  azt az  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $a_{ij} \in T$ .

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ .

Ha  $M = ((i+j)) \in T^{2 \times 2}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ .

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

Az  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  azt az  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $a_{ij} \in T$ .

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ .

Ha  $M = ((i + j)) \in T^{2 \times 2}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} 1 + 1 & 1 + 2 \\ 2 + 1 & 2 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ .

Ha  $M = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{2 \times 2}$ ,

# Mátrixok

## F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{R}$  vagy  $\mathbb{Q}$ . Egy  $n \times m$ -es **mátrix** egy  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló táblázat, melyben  $T$  elemei vannak. Ezek halmazát  $T^{n \times m}$  jelöli. Így  $T^n$  elemei  $n \times 1$ -es mátrixok. A **sorvektorok** az  $1 \times m$ -es mátrixok.

Az  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  azt az  $n$  sorból és  $m$  oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $a_{ij} \in T$ .

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ .

Ha  $M = ((i + j)) \in T^{2 \times 2}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} 1 + 1 & 1 + 2 \\ 2 + 1 & 2 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ .

Ha  $M = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{2 \times 2}$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{bmatrix}$ .

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ .

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor  
 $M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  összege



# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor  $M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  összege (a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  összege

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  $\lambda$ -szorosa

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  összege

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  $\lambda$ -szorosa

(a mátrix minden elemét  $\lambda$ -val szorozzuk).

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  összege

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  $\lambda$ -szorosa

(a mátrix minden elemét  $\lambda$ -val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  **összege**

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  **$\lambda$ -szorosa**

(a mátrix minden elemét  $\lambda$ -val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

## Definíció

Az  $n \times m$ -es **nullmátrix** az a mátrix,

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  **összege**

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  **$\lambda$ -szorosa**

(a mátrix minden elemét  $\lambda$ -val szorozzuk).

**Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.**

## Definíció

Az  $n \times m$ -es **nullmátrix** az a mátrix, melynek minden eleme a  $T$  nulleleme.

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  **összege**

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  **$\lambda$ -szorosa**

(a mátrix minden elemét  $\lambda$ -val szorozzuk).

**Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.**

## Definíció

Az  $n \times m$ -es **nullmátrix** az a mátrix, melynek minden eleme a  $T$  nulleleme. A nullmátrix jele:  $0$ .

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  **összege**

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  **$\lambda$ -szorosa**

(a mátrix minden elemét  $\lambda$ -val szorozzuk).

**Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.**

## Definíció

Az  $n \times m$ -es **nullmátrix** az a mátrix, melynek minden eleme a  $T$  nulleme. A nullmátrix jele:  $0$ .

Egy  $n \times m$ -es  $M$  mátrix **ellentettje** az a mátrix,



# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  **összege**

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  **$\lambda$ -szorosa**

(a mátrix minden elemét  $\lambda$ -val szorozzuk).

**Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.**

## Definíció

Az  $n \times m$ -es **nullmátrix** az a mátrix, melynek minden eleme a  $T$  nulleme. A nullmátrix jele:  $0$ .

Egy  $n \times m$ -es  $M$  mátrix **ellentettje** az a mátrix, melynek minden eleme az  $M$  megfelelő elemének ellentettje.

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  **összege**

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  **$\lambda$ -szorosa**

(a mátrix minden elemét  $\lambda$ -val szorozzuk).

**Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.**

## Definíció

Az  $n \times m$ -es **nullmátrix** az a mátrix, melynek minden eleme a  $T$  nulleme. A nullmátrix jele:  $0$ .

Egy  $n \times m$ -es  $M$  mátrix **ellentettje** az a mátrix, melynek minden eleme az  $M$  megfelelő elemének ellentettje.

$M = ((a_{ij}))$  ellentettje  $-M = ((-a_{ij}))$

# Összeg, $\lambda$ -szoros, nullmátrix, ellentett

## F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$  mátrixok és  $\lambda \in T$ . Ekkor

$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  és  $N$  összege

(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$  az  $M$  mátrix  $\lambda$ -szorosa

(a mátrix minden elemét  $\lambda$ -val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

## Definíció

Az  $n \times m$ -es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a  $T$  nulleme. A nullmátrix jele:  $0$ .

Egy  $n \times m$ -es  $M$  mátrix ellentettje az a mátrix, melynek minden eleme az  $M$  megfelelő elemének ellentettje.

$M = ((a_{ij}))$  ellentettje  $-M = ((-a_{ij})) = (-1)M$ .

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

(1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).



# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárookra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .
- (6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .
- (6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .
- (7)  $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$ .

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .
- (6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .
- (7)  $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$ .
- (8)  $1 \cdot M = M$  (ahol  $1$  a  $T$  **egységeleme**).

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .
- (6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .
- (7)  $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$ .
- (8)  $1 \cdot M = M$  (ahol  $1$  a  $T$  **egységeleme**).

(9)  $0 \cdot M$

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

(1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).

(2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).

(3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).

(4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).

(5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .

(6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .

(7)  $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$ .

(8)  $1 \cdot M = M$  (ahol  $1$  a  $T$  **egységeleme**).

(9)  $0 \cdot M = 0$ ,

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .
- (6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .
- (7)  $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$ .
- (8)  $1 \cdot M = M$  (ahol  $1$  a  $T$  **egységeleme**).

$$(9) \quad 0 \cdot M = 0,$$

Kétféle  $0$

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .
- (6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .
- (7)  $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$ .
- (8)  $1 \cdot M = M$  (ahol  $1$  a  $T$  **egységeleme**).

(9)  $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$ ,

Kétféle  $0$



# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .
- (6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .
- (7)  $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$ .
- (8)  $1 \cdot M = M$  (ahol  $1$  a  $T$  **egységeleme**).

(9)  $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$ , és ha  $\lambda M = 0$ ,

Kétféle  $0$

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .
- (6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .
- (7)  $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$ .
- (8)  $1 \cdot M = M$  (ahol  $1$  a  $T$  **egységeleme**).

(9)  $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$ , és ha  $\lambda M = 0$ , akkor  $\lambda = 0$

Kétféle  $0$

# A műveleti tulajdonságok

## F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $M, N, K \in T^{n \times m}$  mátrixokra és  $\lambda, \mu \in T$  skalárokra

(1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).

(2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).

(3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).

(4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).

(5)  $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$ .

(6)  $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$ .

(7)  $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$ .

(8)  $1 \cdot M = M$  (ahol  $1$  a  $T$  **egységeleme**).

(9)  $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$ , és ha  $\lambda M = 0$ , akkor  $\lambda = 0$  vagy  $M = 0$ .

Kétféle  $0$

# Sor és oszlop szorzata

Szorzás  $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$$

# Sor és oszlop szorzata

Szorzás  $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix},$$

# Sor és oszlop szorzata

## Szorzás $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax + by], \quad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$$

# Sor és oszlop szorzata

## Szorzás $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax + by], \quad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

# Sor és oszlop szorzata

## Szorzás $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax + by], \quad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} =$$



# Sor és oszlop szorzata

## Szorzás $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax + by], \quad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

# Sor és oszlop szorzata

## Szorzás $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax + by], \quad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

## Definíció

Legyen  $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} =$

# Sor és oszlop szorzata

## Szorzás $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax + by], \quad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

## Definíció

Legyen  $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_m b_m.$

# Sor és oszlop szorzata

## Szorzás $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax + by], \quad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

## Definíció

Legyen  $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_m b_m.$

Minden elemet a neki megfelelővel szorozzuk,

# Sor és oszlop szorzata

## Szorzás $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax + by], \quad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

## Definíció

Legyen  $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_m b_m.$

Minden elemet a neki megfelelővel szorozzuk, majd összeadjuk.

# Sor és oszlop szorzata

## Szorzás $2 \times 2$ -es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [ax + by], \quad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

## Definíció

Legyen  $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_m b_m.$

Minden elemet a neki megfelelővel szorzunk, majd összeadjuk.

$2 \times 2$ -es: az első mátrix sorait szoroztuk a második oszlopaival!

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának



# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata.

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata.  
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van,

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata.

Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata.

Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$ ,

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$ , akkor az  $MN \in T^{n \times k}$  mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$ , akkor az  $MN \in T^{n \times k}$  mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{im}b_{mj} =$$



# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$ , akkor az  $MN \in T^{n \times k}$  mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{im}b_{mj} = \sum_{\ell=1}^m a_{i\ell}b_{\ell j}.$$

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$ , akkor az  $MN \in T^{n \times k}$  mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{im}b_{mj} = \sum_{\ell=1}^m a_{i\ell}b_{\ell j}.$$

Miért így?

# A szorzás definíciója

## F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme az első mátrix  $i$ -edik sorának és a második mátrix  $j$ -edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$  és  $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$ , akkor az  $MN \in T^{n \times k}$  mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{im}b_{mj} = \sum_{\ell=1}^m a_{i\ell}b_{\ell j}.$$

**Miért így?** Következő félévben lineáris transzformációkkal.

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén

,

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén  
nem kommutatív

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén  
nem kommutatív és nem nullosztómentes,

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} =$$



# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tehát } \mathbf{nem\ kommutatív}.$$

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tehát } \mathbf{nem\ kommutatív}.$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tehát } \mathbf{nem\ kommutatív}.$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tehát } \mathbf{nem\ kommutatív.}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ azaz } \mathbf{nem\ nullosztómentes.} \quad \square$$



# Negatív tulajdonságok

## Tétel

Az  $n \times n$ -es mátrixok között a szorzás  $n \geq 2$  esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**, azaz két nem nulla mátrix szorzata lehet a nullmátrix.

## Bizonyítás $n = 2$ -re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tehát } \mathbf{nem\ kommutatív.}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ azaz } \mathbf{nem\ nullosztómentes.} \quad \square$$

**HF:** a tengelyes tükrözések kompozíciója sem mindig kommutatív.

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**.

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ ,

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ ,  
feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ ,  
feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ ,  
feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.



# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az  $n \times n$ -es  $E_n$  **egységmátrix** az a mátrix, ahol az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az  $n \times n$ -es  $E_n$  **egységmátrix** az a mátrix, ahol az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $1$  ha  $i = j$ ,

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az  $n \times n$ -es  $E_n$  **egységmátrix** az a mátrix, ahol az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $1$  ha  $i = j$ , és  $0$  ha  $i \neq j$ .

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az  $n \times n$ -es  $E_n$  **egységmátrix** az a mátrix, ahol az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $1$  ha  $i = j$ , és  $0$  ha  $i \neq j$ .

Azaz a **főátlóban** végig  $1$  van,

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az  $n \times n$ -es  $E_n$  **egységmátrix** az a mátrix, ahol az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $1$  ha  $i = j$ , és  $0$  ha  $i \neq j$ .

Azaz a **főátlóban** végig  $1$  van, másutt csupa  $0$ .

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az  $n \times n$ -es  $E_n$  **egységmátrix** az a mátrix, ahol az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $1$  ha  $i = j$ , és  $0$  ha  $i \neq j$ .

Azaz a **főátlóban** végig  $1$  van, másutt csupa  $0$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az  $n \times n$ -es  $E_n$  **egységmátrix** az a mátrix, ahol az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $1$  ha  $i = j$ , és  $0$  ha  $i \neq j$ .

Azaz a **főátlóban** végig  $1$  van, másutt csupa  $0$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az  $n \times n$ -es  $E_n$  **egységmátrix** az a mátrix, ahol az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $1$  ha  $i = j$ , és  $0$  ha  $i \neq j$ .

Azaz a **főátlóban** végig  $1$  van, másutt csupa  $0$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$



# Asszociativitás, egységmátrix

## F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz  $(MN)K = M(NK)$ , feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha  $M \in T^{n \times m}$ ,  $N \in T^{m \times k}$ ,  $K \in T^{k \times \ell}$ .

**Bizonyítás** számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az  $n \times n$ -es  $E_n$  **egységmátrix** az a mátrix, ahol az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme  $1$  ha  $i = j$ , és  $0$  ha  $i \neq j$ . Azaz a **főátlóban** végig  $1$  van, másutt csupa  $0$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

## F2.1.3. Feladat

Ha  $M \in T^{n \times n}$ , akkor  $E_n M = M E_n = M$ .

# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

(1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).

# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).

# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  (0 a **nullmátrix**).

# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  (0 a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).

# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  ( $0$  a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5) A szorzás asszociatív.

# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  (0 a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5) A szorzás asszociatív.
- (6) Igaz mindkét oldali **disztributivitás**, azaz  
 $M(N + K) = MN + MK$  és  $(N + K)M = NM + KM$ .



# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  (0 a **nullmátrix**).
- (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
- (5) A szorzás asszociatív.
- (6) Igaz mindkét oldali **disztributivitás**, azaz  
 $M(N + K) = MN + MK$  és  $(N + K)M = NM + KM$ .
- (7) Az  $E_n$  egységmátrix kétoldali **egységelem**:  $E_n M = M E_n = M$ .

# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
  - (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
  - (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  (0 a **nullmátrix**).
  - (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
  - (5) A szorzás asszociatív.
  - (6) Igaz mindkét oldali **disztributivitás**, azaz  
 $M(N + K) = MN + MK$  és  $(N + K)M = NM + KM$ .
  - (7) Az  $E_n$  egységmátrix kétoldali **egységelem**:  $E_n M = M E_n = M$ .
- Továbbá  $\lambda(MN) = (\lambda M)N = M(\lambda N)$  is teljesül.

# A szorzás szabályai

## F2.1.5. Tétel

Ha  $M, N, K \in T^{n \times n}$  tetszőleges mátrixok és  $\lambda, \mu \in T$ , akkor

- (1)  $(M + N) + K = M + (N + K)$  (az összeadás **asszociatív**).
  - (2)  $M + N = N + M$  (az összeadás **kommutatív**).
  - (3)  $M + 0 = 0 + M = M$  (0 a **nullmátrix**).
  - (4)  $M + (-M) = (-M) + M = 0$  ( $-M$  az  $M$  **ellentettje**).
  - (5) A szorzás asszociatív.
  - (6) Igaz mindkét oldali **disztributivitás**, azaz  
 $M(N + K) = MN + MK$  és  $(N + K)M = NM + KM$ .
  - (7) Az  $E_n$  egységmátrix kétoldali **egységelem**:  $E_n M = M E_n = M$ .
- Továbbá  $\lambda(MN) = (\lambda M)N = M(\lambda N)$  is teljesül.

**Bizonyítás:** a következő félévben, lineáris transzformációkkal.

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll.

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ ,

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ , akkor  $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$ .



# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ , akkor  $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$ .

(A két indexet megcseréljük;

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ , akkor  $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$ .

(A két indexet megcseréljük; az  $i$ -edik sorból  $i$ -edik oszlop lesz.)

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ , akkor  $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$ .

(A két indexet megcseréljük; az  $i$ -edik sorból  $i$ -edik oszlop lesz.)

## Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T =$$

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ , akkor  $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$ .

(A két indexet megcseréljük; az  $i$ -edik sorból  $i$ -edik oszlop lesz.)

## Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$$

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ , akkor  $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$ .

(A két indexet megcseréljük; az  $i$ -edik sorból  $i$ -edik oszlop lesz.)

## Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T =$$

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ , akkor  $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$ .

(A két indexet megcseréljük; az  $i$ -edik sorból  $i$ -edik oszlop lesz.)

## Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ , akkor  $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$ .

(A két indexet megcseréljük; az  $i$ -edik sorból  $i$ -edik oszlop lesz.)

## Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

A főátlót piros szín jelöli.

# Mátrix transzponáltja

## F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból  $45^\circ$  alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha  $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ , akkor  $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$ .

(A két indexet megcseréljük; az  $i$ -edik sorból  $i$ -edik oszlop lesz.)

## Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

A főátlót piros szín jelöli.

Sorvektor transzponáltja oszlopvektor és viszont.



# Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha  $M, N \in T^{n \times n}$ , akkor  $M$  és  $N$  egymás **inverzei**,

# Az inverz definíciója és kiszámítása

## Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha  $M, N \in T^{n \times n}$ , akkor  $M$  és  $N$  egymás **inverzei**, ha  $MN = NM = E_n$  (az  $n \times n$ -es egységmátrix).

# Az inverz definíciója és kiszámítása

## Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha  $M, N \in T^{n \times n}$ , akkor  $M$  és  $N$  egymás **inverzei**,  
ha  $MN = NM = E_n$  (az  $n \times n$ -es egységmátrix). **Jele:**  $N = M^{-1}$ .

# Az inverz definíciója és kiszámítása

## Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha  $M, N \in T^{n \times n}$ , akkor  $M$  és  $N$  egymás **inverzei**,  
ha  $MN = NM = E_n$  (az  $n \times n$ -es egységmátrix). **Jele:**  $N = M^{-1}$ .

## $M \in T^{n \times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

# Az inverz definíciója és kiszámítása

## Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha  $M, N \in T^{n \times n}$ , akkor  $M$  és  $N$  egymás **inverzei**,  
ha  $MN = NM = E_n$  (az  $n \times n$ -es egységmátrix). **Jele:**  $N = M^{-1}$ .

## $M \in T^{n \times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$  (írjuk  $M$  mellé az egységmátrixot).

# Az inverz definíciója és kiszámítása

## Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha  $M, N \in T^{n \times n}$ , akkor  $M$  és  $N$  egymás **inverzei**, ha  $MN = NM = E_n$  (az  $n \times n$ -es egységmátrix). **Jele:**  $N = M^{-1}$ .

## $M \in T^{n \times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$  (írjuk  $M$  mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a  $K$  mátrixra úgy, hogy **vezéregyest kizárólag a bal oldalon** (az első  $n$  oszlopban) **választhatunk**.

# Az inverz definíciója és kiszámítása

## Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha  $M, N \in T^{n \times n}$ , akkor  $M$  és  $N$  egymás **inverzei**,  
ha  $MN = NM = E_n$  (az  $n \times n$ -es egységmátrix). **Jele:**  $N = M^{-1}$ .

## $M \in T^{n \times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$  (írjuk  $M$  mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a  $K$  mátrixra úgy, hogy **vezéregyest kizárólag a bal oldalon** (az első  $n$  oszlopban) **választhatunk**.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor  $M$  **nem invertálható**.

# Az inverz definíciója és kiszámítása

## Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha  $M, N \in T^{n \times n}$ , akkor  $M$  és  $N$  egymás **inverzei**, ha  $MN = NM = E_n$  (az  $n \times n$ -es egységmátrix). **Jele:**  $N = M^{-1}$ .

## $M \in T^{n \times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$  (írjuk  $M$  mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a  $K$  mátrixra úgy, hogy **vezéregyest kizárólag a bal oldalon** (az első  $n$  oszlopban) **választhatunk**.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor  $M$  **nem invertálható**.
- Egyébként sorcserékkel  $K$  bal feléből az egységmátrix lesz.



# Az inverz definíciója és kiszámítása

## Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha  $M, N \in T^{n \times n}$ , akkor  $M$  és  $N$  egymás **inverzei**, ha  $MN = NM = E_n$  (az  $n \times n$ -es egységmátrix). **Jele:**  $N = M^{-1}$ .

## $M \in T^{n \times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$  (írjuk  $M$  mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a  $K$  mátrixra úgy, hogy **vezéregyest kizárólag a bal oldalon** (az első  $n$  oszlopban) **választhatunk**.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor  $M$  **nem invertálható**.
- Egyébként sorcserékkel  $K$  bal feléből az egységmátrix lesz. Ekkor  $K$  **jobb felén**  $M^{-1}$  **keletkezik:**  $[M, E_n] \rightarrow [E_n, M^{-1}]$ .

## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze

## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ .

## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ .

**Később:** Ha  $ad - bc = 0$ , akkor  $M$ -nek nincs inverze.

## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ .

**Később:** Ha  $ad - bc = 0$ , akkor  $M$ -nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük,

## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ .

**Később:** Ha  $ad - bc = 0$ , akkor  $M$ -nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ .

**Később:** Ha  $ad - bc = 0$ , akkor  $M$ -nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

### Bizonyítás

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$$

## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ .

**Később:** Ha  $ad - bc = 0$ , akkor  $M$ -nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

### Bizonyítás

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ad + c(-b) & a(-c) + ca \\ bd + d(-b) & b(-c) + da \end{bmatrix} =$$



## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ .

**Később:** Ha  $ad - bc = 0$ , akkor  $M$ -nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

### Bizonyítás

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} ad + c(-b) & a(-c) + ca \\ bd + d(-b) & b(-c) + da \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} ad - bc & 0 \\ 0 & ad - bc \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ .

**Később:** Ha  $ad - bc = 0$ , akkor  $M$ -nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

### Bizonyítás

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} ad + c(-b) & a(-c) + ca \\ bd + d(-b) & b(-c) + da \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} ad - bc & 0 \\ 0 & ad - bc \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Ezt  $ad - bc$ -vel osztva az egységmátrixok kapjuk.

## $2 \times 2$ -es mátrix inverze

### Tétel

Ha  $ad - bc \neq 0$ , akkor  $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  inverze  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ .

**Később:** Ha  $ad - bc = 0$ , akkor  $M$ -nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

### Bizonyítás

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} ad + c(-b) & a(-c) + ca \\ bd + d(-b) & b(-c) + da \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} ad - bc & 0 \\ 0 & ad - bc \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Ezt  $ad - bc$ -vel osztva az egységmátrixok kapjuk.

**HF:** Ellenőrizzük a szorzást a másik sorrendben is.

# Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2$$

...

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n$$

# Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2$$

...

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n$$

## Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix},$$

# Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2$$

...

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n$$

## Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix}$$

# Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2$$

...

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n$$

## Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

# Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2$$

...

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n$$

## Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az  $M$  a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.



# Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m &= b_1 \\a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m &= b_2 \\&\dots \\a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m &= b_n\end{aligned}$$

## Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az  $M$  a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.

Az  $Mx = b$  az egyenletrendszer **mátrixos alakja**

# Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m &= b_1 \\a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m &= b_2 \\&\dots \\a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m &= b_n\end{aligned}$$

## Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az  $M$  a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.

Az  $Mx = b$  az egyenletrendszer **mátrixos alakja**

(az eredeti egyenleteknek egy képletben való, tömör felírása).

# Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2$$

...

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n$$

## Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az  $M$  a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.

Az  $Mx = b$  az egyenletrendszer **mátrixos alakja**

(az eredeti egyenleteknek egy képletben való, tömör felírása).

Ha  $M$  négyzetes és invertálható, akkor a megoldás  $x = M^{-1}b$ .

## A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

### Fogalmak

Vektorösszeadás a síkon, helyvektor.

## A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

### Fogalmak

Vektorösszeadás a síkon, helyvektor. Vektor- és mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett.

## A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

### Fogalmak

Vektorösszeadás a síkon, helyvektor. Vektor- és mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett.

Szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

## A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

### Fogalmak

Vektorösszeadás a síkon, helyvektor. Vektor- és mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett.

Szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

### Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai (F2. fejezet).

## A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

### Fogalmak

Vektorösszeadás a síkon, helyvektor. Vektor- és mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett.

Szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

### Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai (F2. fejezet).

A nullosztómentesség és a kommutativitás **nem** teljesül általában.



## A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

### Fogalmak

Vektorösszeadás a síkon, helyvektor. Vektor- és mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett.

Szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

### Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai (F2. fejezet).

A nullosztómentesség és a kommutativitás **nem** teljesül általában.

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel).