Algebra és számelmélet

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Konzultáció: Kiss Emil
http://ewkiss.web.elte.hu/wp/wordpress
ewwkiss@gmail.com

15. előadás

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \ = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \; = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \;=\; \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \;= \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van.

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \ = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \ = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \;= \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.

Az átrendezés egy f függvény:

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \; = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.

Az átrendezés egy f függvény:

$f(\text{alma}) = \text{barack}$,

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.

Az átrendezés egy f függvény:

$f(\text{alma}) = \text{barack}$, $f(\text{szilva}) = \text{alma}$,

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \;= \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.
Az átrendezés egy f függvény:

$f(\text{alma}) = \text{barack}$, $f(\text{szilva}) = \text{alma}$, $f(\text{barack}) = \text{szilva}$.

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \; = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.

Az átrendezés egy f függvény:

$$f(\text{alma}) = \text{barack}, \quad f(\text{szilva}) = \text{alma}, \quad f(\text{barack}) = \text{szilva}.$$

Az $f(x)$ az x helyére tett tárgy.

A permutáció mint átrendezés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \; = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.

Az átrendezés egy f függvény:

$f(\text{alma}) = \text{barack}$, $f(\text{szilva}) = \text{alma}$, $f(\text{barack}) = \text{szilva}$.

Az $f(x)$ az x helyére tett tárgy. Az f kölcsönösen egyértelmű.

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli.

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz **permutációinak** nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés:
S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés:
S_n az $\{1, 2, \dots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.
Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés:
S_n az $\{1, 2, \dots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.
Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés:
S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.
Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$,

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés:
S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.
Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$,

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés:
S_n az $\{1, 2, \dots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.
Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 3$,

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés:
S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.
Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 3$, $f(4) = 1$.

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés:
S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.
Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 3$, $f(4) = 1$.
Mindkét sorban felsoroljuk az X halmaz összes elemét.

A permutáció mint bijekció

Definíció (K4.2.1)

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés:
S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.
Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 3$, $f(4) = 1$.
Mindkét sorban felsoroljuk az X halmaz összes elemét.
Az f függvény a felső sor minden elemét az alatta lévőbe képzi.

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények **kompozíciója** az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények **kompozíciója** az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$ minden x-re g értelmezési tartományából.

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények **kompozíciója** az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények kompozíciója az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény:

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények kompozíciója az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények **kompozíciója** az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve **összetett függvény**: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények kompozíciója az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$ és $(g \circ f)(x) = \sin^2(x)(= (\sin x)^2)$.

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények kompozíciója az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$ és $(g \circ f)(x) = \sin^2(x)(= (\sin x)^2)$. Általában $f \circ g \neq g \circ f$ (a kompozíció művelete nem kommutatív).

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények kompozíciója az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$ és $(g \circ f)(x) = \sin^2(x)(= (\sin x)^2)$. Általában $f \circ g \neq g \circ f$ (a kompozíció művelete nem kommutatív).

Tétel (K2.2.4. Gyakorlat)

A kompozíció asszociatív: $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények **kompozíciója** az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$ és $(g \circ f)(x) = \sin^2(x)(= (\sin x)^2)$. Általában $f \circ g \neq g \circ f$ (a kompozíció művelete nem kommutatív).

Tétel (K2.2.4. Gyakorlat)

A kompozíció asszociatív: $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények kompozíciója az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$ és $(g \circ f)(x) = \sin^2(x)(= (\sin x)^2)$. Általában $f \circ g \neq g \circ f$ (a kompozíció művelete nem kommutatív).

Tétel (K2.2.4. Gyakorlat)

A kompozíció asszociatív: $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad f \circ g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények **kompozíciója** az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve **összetett függvény**: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$ és $(g \circ f)(x) = \sin^2(x)(= (\sin x)^2)$. Általában $f \circ g \neq g \circ f$ (a kompozíció művelete **nem kommutatív**).

Tétel (K2.2.4. Gyakorlat)

A kompozíció asszociatív: $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad f \circ g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Például $(f \circ g)(4) =$

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények kompozíciója az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$ és $(g \circ f)(x) = \sin^2(x)(= (\sin x)^2)$. Általában $f \circ g \neq g \circ f$ (a kompozíció művelete nem kommutatív).

Tétel (K2.2.4. Gyakorlat)

A kompozíció asszociatív: $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad f \circ g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Például $(f \circ g)(4) = f(g(4)) =$

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények kompozíciója az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$ és $(g \circ f)(x) = \sin^2(x) (= (\sin x)^2)$.
Általában $f \circ g \neq g \circ f$ (a kompozíció művelete nem kommutatív).

Tétel (K2.2.4. Gyakorlat)

A kompozíció asszociatív: $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad f \circ g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Például $(f \circ g)(4) = f\big(g(4)\big) = f(2) =$

Kompozíció

Definíció (K2.2.3)

Az f és g függvények **kompozíciója** az az $f \circ g$ függvény, melyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ minden x-re g értelmezési tartományából. Tehát először g-t, azután f-et alkalmazzuk.

Analízisben a neve összetett függvény: ha $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, akkor $(f \circ g)(x) = \sin(x^2)$ és $(g \circ f)(x) = \sin^2(x) (= (\sin x)^2)$. Általában $f \circ g \neq g \circ f$ (a kompozíció művelete nem kommutatív).

Tétel (K2.2.4. Gyakorlat)

A kompozíció asszociatív: $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad f \circ g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Például $(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(2) = 4$.

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció,

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció,
amely az x-et y-ba,

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció,
amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi,

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**,

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y cseréje az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig fixen hagyja, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy transzpozíciónak hívjuk.

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1, 2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y cseréje az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig fixen hagyja, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy transzpozíciónak hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3)$:

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y cseréje az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig fixen hagyja, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy transzpozíciónak hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2,$

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y cseréje az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig fixen hagyja, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy transzpozíciónak hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2, \;\; 2 \mapsto 3 \mapsto 3,$

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2,\ \ 2 \mapsto 3 \mapsto 3,\ \ 3 \mapsto 2 \mapsto 1.$

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2,\ \ 2 \mapsto 3 \mapsto 3,\ \ 3 \mapsto 2 \mapsto 1.$

$$(1,2) \circ (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2, \;\; 2 \mapsto 3 \mapsto 3, \;\; 3 \mapsto 2 \mapsto 1.$

$$(1,2) \circ (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2,3) \circ (1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Transzpozíció

Definíció (K4.2.6)

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2,\ \ 2 \mapsto 3 \mapsto 3,\ \ 3 \mapsto 2 \mapsto 1.$

$$(1,2) \circ (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \neq (2,3) \circ (1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés (K2.2.3)

Ezentúl permutációk kompozícióját **szorzásnak** nevezzük,

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés (K2.2.3)

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés (K2.2.3)

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel (K4.2.5)

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés (K2.2.3)

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel (K4.2.5)

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van,
ami odavaló,

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés (K2.2.3)

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel (K4.2.5)

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van,
ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés (K2.2.3)

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel (K4.2.5)

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van,
ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.
Ezután a balról második helyre cseréljük oda azt, ami odavaló.

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés (K2.2.3)

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel (K4.2.5)

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van,
ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.
Ezután a balról második helyre cseréljük oda azt, ami odavaló.
Az eljárást folytatva minden tárgy a helyére kerül. $\square$

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés (K2.2.3)

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel (K4.2.5)

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van,
ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.
Ezután a balról második helyre cseréljük oda azt, ami odavaló.
Az eljárást folytatva minden tárgy a helyére kerül. $\square$

A szükséges cserék száma a legrosszabb esetben is

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés (K2.2.3)

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel (K4.2.5)

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van,
ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.
Ezután a balról második helyre cseréljük oda azt, ami odavaló.
Az eljárást folytatva minden tárgy a helyére kerül. $\square$

A szükséges cserék száma a legrosszabb esetben is
eggyel kevesebb, mint a tárgyak száma.

Példák cserék szorzatára

Példa

$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ előállítása cserék szorzataként:

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ előállítása cserék szorzataként:}$$

$$(1, 2)$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ előállítása cserék szorzataként:

$(1, 2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ előállítása cserék szorzataként:

$(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ előállítása cserék szorzataként:

$(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

De $f = (1,2)(2,4)(3,5)$

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

De $f = (1,2)(2,4)(3,5) = (1,5)(1,4)(3,5)(1,2)(3,4)$ is igaz.

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

De $f = (1,2)(2,4)(3,5) = (1,5)(1,4)(3,5)(1,2)(3,4)$ is igaz.

Azaz f többféleképpen is felírható cserék szorzataként.

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

De $f = (1,2)(2,4)(3,5) = (1,5)(1,4)(3,5)(1,2)(3,4)$ is igaz.
Azaz f többféleképpen is felírható cserék szorzataként.

Tétel (vö. K 155–156. oldal)

Nem fordulhat elő, hogy egy permutáció páratlan sok és páros sok csere szorzataként is felírható.

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \le i < j \le n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: 21,

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: $21, 43,$

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: $21, 43, 41,$

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: $21, 43, 41, 53,$

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: $21, 43, 41, 53, 51,$

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: $21, 43, 41, 53, 51, 31$.

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: $21, 43, 41, 53, 51, 31$. Nem inverzió: $24,$

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: $21, 43, 41, 53, 51, 31$. Nem inverzió: $24, 25,$

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: $21, 43, 41, 53, 51, 31$. Nem inverzió: $24, 25, 23,$

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \le i < j \le n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.

Inverzió: 21, 43, 41, 53, 51, 31. Nem inverzió: 24, 25, 23, 45.

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.
Inverzió: $21, 43, 41, 53, 51, 31$. Nem inverzió: $24, 25, 23, 45$.
Az inverziók száma tehát 6.

Az inverzió fogalma

Definíció (K 156. oldal, F1.1.1)

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \le i < j \le n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Az alsó sor $\binom{5}{2}$ párja: 24, 25, 23, 21, 45, 43, 41, 53, 51, 31.
Inverzió: $21, 43, 41, 53, 51, 31$. Nem inverzió: $24, 25, 23, 45$.
Az inverziók száma tehát 6.
Az S_n egy permutációjának maximum $\binom{n}{2}$ inverziója lehet.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma J,

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma J, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^J$.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma J, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^J$.

Az előjelek szorzástétele (K4.2.9)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma J, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^J$.

Az előjelek szorzástétele (K4.2.9)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: a következő dián.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma J, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^J$.

Az előjelek szorzástétele (K4.2.9)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: a következő dián.

Állítás (K4.2.12)

Minden transzpozíció előjele -1.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma J, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^J$.

Az előjelek szorzástétele (K4.2.9)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: a következő dián.

Állítás (K4.2.12)

Minden transzpozíció előjele -1. Biz: később.

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma J, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^J$.

Az előjelek szorzástétele (K4.2.9)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: a következő dián.

Állítás (K4.2.12)

Minden transzpozíció előjele -1. Biz: később.
Ezért a páros permutációk páros sok csere,

Permutáció előjele

Definíció (K4.2.13, F1.1.2)

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma J, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^J$.

Az előjelek szorzástétele (K4.2.9)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: a következő dián.

Állítás (K4.2.12)

Minden transzpozíció előjele -1. Biz: később.
Ezért a páros permutációk páros sok csere, a páratlan permutációk páratlan sok csere szorzataként kaphatók.

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$,

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t.

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \dots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \dots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár,

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár, összesen annyiszor váltunk előjelet, ahány inverzió f-ben van.

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f)P(x_1, \ldots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár, összesen annyiszor váltunk előjelet, ahány inverzió f-ben van. Ezért az előjelek szorzata $\mathrm{sg}(f)$.

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár, összesen annyiszor váltunk előjelet, ahány inverzió f-ben van. Ezért az előjelek szorzata $\mathrm{sg}(f)$. A cserék után minden baloldalon álló különbségben már a kisebb indexű x_i áll elöl,

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \dots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \dots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár, összesen annyiszor váltunk előjelet, ahány inverzió f-ben van. Ezért az előjelek szorzata $\mathrm{sg}(f)$. A cserék után minden baloldalon álló különbségben már a kisebb indexű x_i áll elöl, ezért $P(x_1, \dots, x_n)$ adódik. $\square$

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \dots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \dots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár, összesen annyiszor váltunk előjelet, ahány inverzió f-ben van. Ezért az előjelek szorzata $\mathrm{sg}(f)$. A cserék után minden baloldalon álló különbségben már a kisebb indexű x_i áll elöl, ezért $P(x_1, \dots, x_n)$ adódik. $\square$

Ha $y_i := x_{f(i)}$, akkor $x_{(f \circ g)(i)} = y_{g(i)}$,

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár, összesen annyiszor váltunk előjelet, ahány inverzió f-ben van. Ezért az előjelek szorzata $\mathrm{sg}(f)$. A cserék után minden baloldalon álló különbségben már a kisebb indexű x_i áll elöl, ezért $P(x_1, \ldots, x_n)$ adódik. □

Ha $y_i := x_{f(i)}$, akkor $x_{(f \circ g)(i)} = y_{g(i)}$, ezért az Állítás miatt $P(x_{(f \circ g)(1)}, \ldots, x_{(f \circ g)(n)}) = \mathrm{sg}(g) P(y_1, \ldots, y_n)$.

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár, összesen annyiszor váltunk előjelet, ahány inverzió f-ben van. Ezért az előjelek szorzata $\mathrm{sg}(f)$. A cserék után minden baloldalon álló különbségben már a kisebb indexű x_i áll elöl, ezért $P(x_1, \ldots, x_n)$ adódik. □

Ha $y_i := x_{f(i)}$, akkor $x_{(f \circ g)(i)} = y_{g(i)}$, ezért az Állítás miatt $P(x_{(f\circ g)(1)}, \ldots, x_{(f\circ g)(n)}) = \mathrm{sg}(g) P(y_1, \ldots, y_n)$. Ismét az Állítás miatt ez $\mathrm{sg}(g)\mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f)P(x_1, \ldots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár, összesen annyiszor váltunk előjelet, ahány inverzió f-ben van. Ezért az előjelek szorzata $\mathrm{sg}(f)$. A cserék után minden baloldalon álló különbségben már a kisebb indexű x_i áll elöl, ezért $P(x_1, \ldots, x_n)$ adódik. □

Ha $y_i := x_{f(i)}$, akkor $x_{(f\circ g)(i)} = y_{g(i)}$, ezért az Állítás miatt $P(x_{(f\circ g)(1)}, \ldots, x_{(f\circ g)(n)}) = \mathrm{sg}(g)P(y_1, \ldots, y_n)$.
Ismét az Állítás miatt ez $\mathrm{sg}(g)\mathrm{sg}(f)P(x_1, \ldots, x_n)$.
Másrészt $P(x_{(f\circ g)(1)}, \ldots, x_{(f\circ g)(n)}) = \mathrm{sg}(f \circ g)P(x_1, \ldots, x_n)$.

A szorzástétel bizonyítása

Legyen $P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i<j}(x_i - x_j)$ és $f, g \in S_n$.

Állítás

$P(x_{f(1)}, \ldots, x_{f(n)}) = \mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.

Bizonyítás: Ha i és j inverzióban áll, azaz $i < j$ de $f(i) > f(j)$, akkor a baloldalon lévő $x_{f(i)} - x_{f(j)}$ helyére írjunk $x_{f(j)} - x_{f(i)}$-t. Ez egy előjelváltással jár, összesen annyiszor váltunk előjelet, ahány inverzió f-ben van. Ezért az előjelek szorzata $\mathrm{sg}(f)$. A cserék után minden baloldalon álló különbségben már a kisebb indexű x_i áll elöl, ezért $P(x_1, \ldots, x_n)$ adódik. □

Ha $y_i := x_{f(i)}$, akkor $x_{(f \circ g)(i)} = y_{g(i)}$, ezért az Állítás miatt $P(x_{(f \circ g)(1)}, \ldots, x_{(f \circ g)(n)}) = \mathrm{sg}(g) P(y_1, \ldots, y_n)$.
Ismét az Állítás miatt ez $\mathrm{sg}(g)\mathrm{sg}(f) P(x_1, \ldots, x_n)$.
Másrészt $P(x_{(f \circ g)(1)}, \ldots, x_{(f \circ g)(n)}) = \mathrm{sg}(f \circ g) P(x_1, \ldots, x_n)$.
Így $\mathrm{sg}(f \circ g) = \mathrm{sg}(g)\mathrm{sg}(f)$. □

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy
(vagyis nem változtat a sorrenden).

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id.

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.

Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció,

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett:

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x$

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\left(f(x)\right) = x = f\left(g(x)\right)$.

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van,

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\left(f(x)\right) = x = f\left(g(x)\right)$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g(f(x)) = x = f(g(x))$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g(f(x)) = x = f(g(x))$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: (1)–(3) nyilvánvaló.

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: (1)–(3) nyilvánvaló. A (4) a szorzástételből következik:

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g(f(x)) = x = f(g(x))$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: (1)–(3) nyilvánvaló. A (4) a szorzástételből következik:
$\mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(ff^{-1})$

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g(f(x)) = x = f(g(x))$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: (1)–(3) nyilvánvaló. A (4) a szorzástételből következik:
$\mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(ff^{-1}) = \mathrm{sg}(id)$

Permutáció inverze

Definíció (K2.2.11)

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g(f(x)) = x = f(g(x))$.

Állítás (K4.2.11)

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: (1)–(3) nyilvánvaló. A (4) a szorzástételből következik:
$\mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(ff^{-1}) = \mathrm{sg}(id) = 1$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van,

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be,

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi,

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges.

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1$ hiszen $g(1) = i$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. □

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2$ hiszen $g(1) = i$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k)$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i,j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k)$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. □

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i,j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.
A szorzástétel miatt $\mathrm{sg}\big((i, j)\big) =$

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. □

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.
A szorzástétel miatt $\mathrm{sg}\big((i, j)\big) = \mathrm{sg}\big(g \circ (1, 2) \circ g^{-1}\big) =$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.

Végül ha $k \neq i,j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.

A szorzástétel miatt $\operatorname{sg}\big((i,j)\big) = \operatorname{sg}\big(g \circ (1,2) \circ g^{-1}\big) =$
$= \operatorname{sg}(g)\operatorname{sg}\big((1,2)\big)\operatorname{sg}(g^{-1})$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i,j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.
A szorzástétel miatt $\mathrm{sg}\big((i,j)\big) = \mathrm{sg}\big(g \circ (1,2) \circ g^{-1}\big) =$
$= \mathrm{sg}(g)\mathrm{sg}\big((1,2)\big)\mathrm{sg}(g^{-1}) = (-1)\mathrm{sg}(g)\mathrm{sg}(g^{-1})$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (K4.2.12)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i,j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.
A szorzástétel miatt $\operatorname{sg}\big((i,j)\big) = \operatorname{sg}\big(g \circ (1,2) \circ g^{-1}\big) =$
$= \operatorname{sg}(g)\operatorname{sg}\big((1,2)\big)\operatorname{sg}(g^{-1}) = (-1)\operatorname{sg}(g)\operatorname{sg}(g^{-1}) = -1.$ $\square$

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan,

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant,

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű,

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.
Mivel $(1, 2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$(f \circ (1,2)) \circ (1,2)$

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$(f \circ (1,2)) \circ (1,2) = f \circ ((1,2) \circ (1,2))$

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$(f \circ (1,2)) \circ (1,2) = f \circ ((1,2) \circ (1,2)) = f \circ id$

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$(f \circ (1,2)) \circ (1,2) = f \circ ((1,2) \circ (1,2)) = f \circ id = f$,

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$(f \circ (1,2)) \circ (1,2) = f \circ ((1,2) \circ (1,2)) = f \circ id = f$,
azaz ha kétszer csináljuk, visszakapjuk az eredeti f-et. $\square$

A páros permutációk száma

Állítás (K4.2.16)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.
Mivel $(1, 2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$(f \circ (1, 2)) \circ (1, 2) = f \circ ((1, 2) \circ (1, 2)) = f \circ id = f$,
azaz ha kétszer csináljuk, visszakapjuk az eredeti f-et. □

Ugyanez $(1, 2)$ helyett minden (i, j)-re megy.

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél
$x_1 \mapsto x_2$

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél
$x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3$

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél
$x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \dots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k$

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél
$x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$,

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad.

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél
$x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme
a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus,

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Tétel (4.2.21. és 4.2.22, gyakorlaton)

Ha X véges halmaz, akkor minden S_X-beli permutáció a sorrendtől eltekintve egyértelműen felírható páronként diszjunkt ciklusok szorzataként.

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Tétel (4.2.21. és 4.2.22, gyakorlaton)

Ha X véges halmaz, akkor minden S_X-beli permutáció a sorrendtől eltekintve egyértelműen felírható páronként diszjunkt ciklusok szorzataként.

Példa: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 9 & 7 & 2 & 6 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix} =$

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Tétel (4.2.21. és 4.2.22, gyakorlaton)

Ha X véges halmaz, akkor minden S_X-beli permutáció a sorrendtől eltekintve egyértelműen felírható páronként diszjunkt ciklusok szorzataként.

Példa: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 9 & 7 & 2 & 6 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix} = (14752)$

Ciklusfelbontás

Definíció (K4.2.17)

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.
Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Tétel (4.2.21. és 4.2.22, gyakorlaton)

Ha X véges halmaz, akkor minden S_X-beli permutáció a sorrendtől eltekintve egyértelműen felírható páronként diszjunkt ciklusok szorzataként.

Példa: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 9 & 7 & 2 & 6 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix} = (14752)(39).$

Az előjel kiszámítása

Következmény (K4.2.24)

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció,

Az előjel kiszámítása

Következmény (K4.2.24)

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció, páratlan hosszú ciklus páros permutáció.

Az előjel kiszámítása

Következmény (K4.2.24)

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció, páratlan hosszú ciklus páros permutáció. Egy permutáció pontosan akkor páratlan,

Az előjel kiszámítása

Következmény (K4.2.24)

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció, páratlan hosszú ciklus páros permutáció. Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha ciklusfelbontásában a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Az előjel kiszámítása

Következmény (K4.2.24)

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció, páratlan hosszú ciklus páros permutáció. Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha ciklusfelbontásában a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \dots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3) \dots (x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.

Az előjel kiszámítása

Következmény (K4.2.24)

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció, páratlan hosszú ciklus páros permutáció. Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha ciklusfelbontásában a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \dots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3) \dots (x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.
Azaz egy k hosszú ciklus $k-1$ darab transzpozíció szorzata.

Az előjel kiszámítása

Következmény (K4.2.24)

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció, páratlan hosszú ciklus páros permutáció. Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha ciklusfelbontásában a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \dots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3)\dots(x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.
Azaz egy k hosszú ciklus $k-1$ darab transzpozíció szorzata.
Használjuk föl, hogy $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. $\square$

Az előjel kiszámítása

Következmény (K4.2.24)

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció, páratlan hosszú ciklus páros permutáció. Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha ciklusfelbontásában a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \dots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3) \dots (x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.
Azaz egy k hosszú ciklus $k-1$ darab transzpozíció szorzata.
Használjuk föl, hogy $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. $\square$

Gyakorlat (4.8.14), HF

Ha $f \in S_n$, akkor $f(x_1 \dots x_k)f^{-1} = (f(x_1) \dots f(x_k))$,

Az előjel kiszámítása

Következmény (K4.2.24)

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció, páratlan hosszú ciklus páros permutáció. Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha ciklusfelbontásában a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \ldots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3) \ldots (x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.
Azaz egy k hosszú ciklus $k-1$ darab transzpozíció szorzata.
Használjuk föl, hogy $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. $\square$

Gyakorlat (4.8.14), HF

Ha $f \in S_n$, akkor $f(x_1 \ldots x_k)f^{-1} = (f(x_1) \ldots f(x_k))$, így ha $g \in S_n$, akkor g és fgf^{-1} ugyananannyi, ugyanolyan hosszú ciklusból áll.

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1),

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3),

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), id,

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11),

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1),

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1), permutáció előjele (K4.2.13, F1.1.2).

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1), permutáció előjele (K4.2.13, F1.1.2).
Ciklus, ciklusfelbontás (K4.2.17).

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1), permutáció előjele (K4.2.13, F1.1.2).
Ciklus, ciklusfelbontás (K4.2.17).

Tételek (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Minden permutáció transzpozíciók szorzata (K4.2.5).

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1), permutáció előjele (K4.2.13, F1.1.2).
Ciklus, ciklusfelbontás (K4.2.17).

Tételek (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Minden permutáció transzpozíciók szorzata (K4.2.5).
A permutációk szorzástétele (K4.2.9).

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1), permutáció előjele (K4.2.13, F1.1.2).
Ciklus, ciklusfelbontás (K4.2.17).

Tételek (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Minden permutáció transzpozíciók szorzata (K4.2.5).
A permutációk szorzástétele (K4.2.9).
Az inverz permutáció előjele.

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1), permutáció előjele (K4.2.13, F1.1.2).
Ciklus, ciklusfelbontás (K4.2.17).

Tételek (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Minden permutáció transzpozíciók szorzata (K4.2.5).
A permutációk szorzástétele (K4.2.9).
Az inverz permutáció előjele. Transzpozíció előjele (K4.2.12).

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1), permutáció előjele (K4.2.13, F1.1.2).
Ciklus, ciklusfelbontás (K4.2.17).

Tételek (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Minden permutáció transzpozíciók szorzata (K4.2.5).
A permutációk szorzástétele (K4.2.9).
Az inverz permutáció előjele. Transzpozíció előjele (K4.2.12).
A páros permutációk száma (K4.2.16).

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1), permutáció előjele (K4.2.13, F1.1.2).
Ciklus, ciklusfelbontás (K4.2.17).

Tételek (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Minden permutáció transzpozíciók szorzata (K4.2.5).
A permutációk szorzástétele (K4.2.9).
Az inverz permutáció előjele. Transzpozíció előjele (K4.2.12).
A páros permutációk száma (K4.2.16).
A ciklusfelbontás létezése és kiszámítása (K4.2.21-22).

A 15. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Permutáció (K4.2.1), kompozíció (K2.2.3), *id*, inverz (K2.2.11), transzpozíció (K2.4.6).
Inverzió (K156. oldal, F1.1.1), permutáció előjele (K4.2.13, F1.1.2).
Ciklus, ciklusfelbontás (K4.2.17).

Tételek (K4.2. szakasz, F1. fejezet)

Minden permutáció transzpozíciók szorzata (K4.2.5).
A permutációk szorzástétele (K4.2.9).
Az inverz permutáció előjele. Transzpozíció előjele (K4.2.12).
A páros permutációk száma (K4.2.16).
A ciklusfelbontás létezése és kiszámítása (K4.2.21-22).
Az előjel leolvasása a ciklusfelbontásról (K4.2.24).