

Algebra és számelmélet

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Konzultáció: Kiss Emil

<http://ewkiss.web.elte.hu/wp/wordpress>

ewkiss@gmail.com

14. előadás

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor az M determinánása.

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

Lemma

$\det(MN) = \det(M) \det(N)$.

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

Lemma

$\det(MN) = \det(M) \det(N)$.

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},$$

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

Lemma

$\det(MN) = \det(M) \det(N)$.

Bizonyítás

$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix},$

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

Lemma

$\det(MN) = \det(M) \det(N)$.

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}, MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

Lemma

$\det(MN) = \det(M) \det(N)$.

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}, MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

$$\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd')$$

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

Lemma

$\det(MN) = \det(M) \det(N)$.

Bizonyítás

$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$, $MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}$.
 $\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd') - (ac' + cd')(ba' + db')$.

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

Lemma

$$\det(MN) = \det(M) \det(N).$$

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}, MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

$$\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd') - (ac' + cd')(ba' + db').$$

$$\det(M) \det(N) = (ad - bc)$$

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

Lemma

$$\det(MN) = \det(M) \det(N).$$

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}, MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

$$\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd') - (ac' + cd')(ba' + db').$$

$$\det(M) \det(N) = (ad - bc)(a'd' - b'c').$$

A 2×2 -es mátrix determinánása

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánása.

Lemma

$\det(MN) = \det(M) \det(N)$.

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}, MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

$$\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd') - (ac' + cd')(ba' + db').$$

$$\det(M) \det(N) = (ad - bc)(a'd' - b'c').$$

HF: Mindkettő $aa'dd' - ac'db' - cd'ba' + cb'bc'$. □

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$,

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A tétel bizonyításának befejezése

Tegyük föl, hogy M -nek van inverze:

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A tétel bizonyításának befejezése

Tegyük föl, hogy M -nek van inverze: $MN = E_2$.

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A tétel bizonyításának befejezése

Tegyük föl, hogy M -nek van inverze: $MN = E_2$.
Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A tétel bizonyításának befejezése

Tegyük föl, hogy M -nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A tétel bizonyításának befejezése

Tegyük föl, hogy M -nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A tétel bizonyításának befejezése

Tegyük föl, hogy M -nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa $1 \cdot 1 - 0 \cdot 0$

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A tétel bizonyításának befejezése

Tegyük föl, hogy M -nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa $1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1$

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A tétel bizonyításának befejezése

Tegyük föl, hogy M -nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa $1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1 \neq 0$.

Amikor nincs inverz

Láttuk korábban

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Állítás: Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M -nek nincs inverze.

Előző lemma: $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A tétel bizonyításának befejezése

Tegyük föl, hogy M -nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa $1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1 \neq 0$.

Ezért $\det(M)$ sem lehet nulla. □

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} =$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} +$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} =$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris**

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegeztartó,

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegethető, és skalárszoros-tartó).

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegettartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra,

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegettartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlop, és mindkét sorra is érvényes.

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegettartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix}$$

értéke

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegetartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix}$$

értéke

$$(a + a')d - (b + b')c,$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skálárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegettartó, és skálárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} \text{ és } \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \text{értéke}$$

$$(a + a')d - (b + b')c,$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegetartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} \text{ és } \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \quad \text{értéke}$$

$$(a + a')d - (b + b')c, \text{ illetve } (ad - bc) +$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegettartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} \text{ és } \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix} \text{ értéke}$$
$$(a + a')d - (b + b')c, \text{ illetve } (ad - bc) +$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegeztartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} \text{ és } \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix} \text{ értéke}$$
$$(a + a')d - (b + b')c, \text{ illetve } (ad - bc) + (a'd - b'c).$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegetartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} \text{ és } \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix} \text{ értéke}$$

$$(a + a')d - (b + b')c, \text{ illetve } (ad - bc) + (a'd - b'c).$$

Ezek egyenlők.

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában **lineáris** (összegettartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a + a' & c \\ b + b' & d \end{bmatrix} \text{ és } \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix} \text{ értéke}$$

$$(a + a')d - (b + b')c, \text{ illetve } (ad - bc) + (a'd - b'c).$$

Ezek egyenlők. A skalárszoros-tartás bizonyítása hasonló. □

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő,

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix}$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$



Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0. \quad \square$$

Definíció

Az M **felső háromszögmátrix**,

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$



Definíció

Az M **felső háromszögmátrix**, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0. \quad \square$$

Definíció

Az M **felső háromszögmátrix**, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} =$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0. \quad \square$$

Definíció

Az M **felső háromszögmátrix**, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} = ad - 0b$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0. \quad \square$$

Definíció

Az M **felső háromszögmátrix**, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} = ad - 0b = ad,$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0. \quad \square$$

Definíció

Az M **felső háromszögmátrix**, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} = ad - 0b = ad, \text{ azaz felső háromszögmátrix}$$

determinánusa

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix **két oszlopa egyenlő**, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0. \quad \square$$

Definíció

Az M **felső háromszögmátrix**, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} = ad - 0b = ad$, azaz felső háromszögmátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk,

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$,

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
 $\det[v + \lambda w, w]$

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
 $\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$,

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.

$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.

$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De

$$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w],$$

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.

$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De

$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w]$,

mert a determináns az első oszlopban skalárszoros-tartó.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorását hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.

$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De

$$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w],$$

mert a determináns az első oszlopban skalárszoros-tartó.

Végül $\det[w, w] = 0$,

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.

$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De

$$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w],$$

mert a determináns az első oszlopban skalárszoros-tartó.

Végül $\det[w, w] = 0$, mert a két oszlop egyenlő.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a mátrix egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás (ez nagyobb méretű determinánsokra is ugyanaz)

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.

$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De

$$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w],$$

mert a determináns az első oszlopban skalárszoros-tartó.

Végül $\det[w, w] = 0$, mert a két oszlop egyenlő.

Ezért $\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w]$. □

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} =$$

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da =$$

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\det[w, v] =$$

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\det[w, v] =$$

Az első oszlophoz hozzáadjuk a másodikat.

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\det[w, v] = \det[w + v, v] =$$

Az első oszlophoz hozzáadjuk a másodikat.

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\det[w, v] = \det[w + v, v] =$$

A második oszlopból kivonjuk az elsőt.

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\det[w, v] = \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] =$$

A második oszlopból kivonjuk az elsőt.

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\begin{aligned} \det[w, v] &= \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] = \\ &= \det[w + v, -w] = \end{aligned}$$

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\begin{aligned} \det[w, v] &= \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] = \\ &= \det[w + v, -w] = \end{aligned}$$

Az első oszlophoz hozzáadjuk a másodikat.

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\begin{aligned} \det[w, v] &= \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] = \\ &= \det[w + v, -w] = \det[v, -w] = \end{aligned}$$

Az első oszlophoz hozzáadjuk a másodikat.

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\begin{aligned} \det[w, v] &= \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] = \\ &= \det[w + v, -w] = \det[v, -w] = \end{aligned}$$

Kiemelünk -1 -et a második oszlopból.

Oszlopcseré

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns **előjelet vált**.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc). \quad \square$$

Második bizonyítás (nagyobb méretű determinánsra is)

$$\begin{aligned} \det[w, v] &= \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] = \\ &= \det[w + v, -w] = \det[v, -w] = -\det[v, w]. \end{aligned} \quad \square$$

Kiemelünk -1 -et a második oszlopból.

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} =$$

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb$$

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc. \quad \square$$

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc. \quad \square$$

Állítás

Így abból, hogy a determináns az oszlopaiban lineáris,

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc. \quad \square$$

Állítás

Így abból, hogy a determináns az oszlopaiban lineáris,
számolás nélkül következik,

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc. \quad \square$$

Állítás

Így abból, hogy a determináns az oszlopaiban lineáris, **számolás nélkül** következik, hogy a soraiban is az,

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc. \quad \square$$

Állítás

Így abból, hogy a determináns az oszlopaiban lineáris, **számolás nélkül** következik, hogy a soraiban is az, továbbá hogy sorcserénél is előjelet vált

A transzponált determinánása

Állítás

A transzponált mátrix determinánása ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc. \quad \square$$

Állítás

Így abból, hogy a determináns az oszlopaiban lineáris, **számolás nélkül** következik, hogy a soraiban is az, továbbá hogy sorcserénél is előjelet vált (lásd a következő diát).

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix,

Sorcseré

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.

Sorcseré

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopkerével kapható M^T -ből.

Sorcseré

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcsérével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált, azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcsérével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcsérével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,

Sorcseré

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcterével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcterénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$

Sorcseré

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcterével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcterénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Beláttuk, hogy transzponálásakor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.

Sorcseré

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Beláttuk, hogy transzponálásakor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.

Ezért $\det(N) = \det(N^T)$

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcsérével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.

Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T)$

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcsérével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcsérével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Beláttuk, hogy transzponálásakor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.

Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T) = -\det(M)$. □

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcsérével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcsérével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Beláttuk, hogy transzponálásakor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.

Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T) = -\det(M)$. □

HF: Hasonlóan lássuk be, hogy a determináns mindegyik sorában lineáris,

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcsérével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcsérével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Beláttuk, hogy transzponálásakor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.

Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T) = -\det(M)$. □

HF: Hasonlóan lássuk be, hogy a determináns mindegyik sorában lineáris, továbbá, hogy ha az egyik sorhoz a másik sor skalárszorosát adjuk,

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcsérével kapott mátrix.

Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T -ből.

Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.

Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T) = -\det(M)$. □

HF: Hasonlóan lássuk be, hogy a determináns mindegyik sorában lineáris, továbbá, hogy ha az egyik sorhoz a másik sor skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánása is definiálható úgy, hogy

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánása is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánisa is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánása is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása 1 ,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánisa is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánisa 1 , sőt felső háromszög-mátrix determinánisa a főátlóbeli elemek szorzata.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1 , sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánása is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása 1 , sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánása is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása 1 , sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánása is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánása ugyanaz, mint az eredetié

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánása is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánása ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3 -as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható, ha determinánsa nem nulla.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$,

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$
 $= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$
 $- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$
$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$
$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$
$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$
 $= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$
 $- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$

$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.

A három főátlóval párhuzamos egyenesen levő számokat összeszorozzuk,

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$
 $= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$
 $- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.

A három főátlóval párhuzamos egyenesen levő számokat összeszorozzuk,

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$

$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.

A három főátlóval párhuzamos egyenesen levő számokat összeszorozzuk, és ezek összegéből kivonjuk a három mellékátlóval párhuzamos egyenesen lévő számok szorzatát.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ és $M = ((a_{ij})) \in T^{3 \times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$
 $= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$
 $- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.

A három főátlóval párhuzamos egyenesen levő számokat

összeszorozzuk, és ezek összegéből kivonjuk a három

mellékátlóval párhuzamos egyenesen lévő számok szorzatát.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása 1 ,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánása ugyanaz, mint az eredetié

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánása ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánása ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).
- (7) $\det(MN) = \det(M)\det(N)$ bármely két mátrixra.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánása ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).
- (7) $\det(MN) = \det(M)\det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel (F1.3.1–1.3.6 és F2.2.2–2.2.4)

Ha $T = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezhető a determináns, mely

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánása **1**, sőt felső háromszög-mátrix determinánása a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánása ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).
- (7) $\det(MN) = \det(M)\det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható, ha determinánása nem nulla.

A bizonyítás stratégiája

Emlékeztető 3×3 -ra

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A bizonyítás stratégiája

Emlékeztető 3×3 -ra

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$,

A bizonyítás stratégiája

Emlékeztető 3×3 -ra

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$, akkor $\det(M)$ szintén az M elemeiből készített bizonyos szorzatok előjeles összege.

A bizonyítás stratégiája

Emlékeztető 3×3 -ra

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$, akkor $\det(M)$ szintén az M elemeiből készített bizonyos szorzatok előjeles összege.

A képlet később, **permutációk előjelének** felhasználásával.

A bizonyítás stratégiája

Emlékeztető 3×3 -ra

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$, akkor $\det(M)$ szintén az M elemeiből készített bizonyos szorzatok előjeles összege.

A képlet később, **permutációk előjelének** felhasználásával.

Az (1) és (2) tulajdonságból a (4) és az (5) szó szerint ugyanúgy következik, mint az $n = 2$ esetben (HF).

A bizonyítás stratégiája

Emlékeztető 3×3 -ra

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$, akkor $\det(M)$ szintén az M elemeiből készített bizonyos szorzatok előjeles összege.

A képlet később, **permutációk előjelének** felhasználásával.

Az (1) és (2) tulajdonságból a (4) és az (5) szó szerint ugyanúgy következik, mint az $n = 2$ esetben (HF).

A (3) és (6) közvetlenül leolvasható lesz a képletből.

A bizonyítás stratégiája

Emlékeztető 3×3 -ra

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$, akkor $\det(M)$ szintén az M elemeiből készített bizonyos szorzatok előjeles összege.

A képlet később, **permutációk előjelének** felhasználásával.

Az (1) és (2) tulajdonságból a (4) és az (5) szó szerint ugyanúgy következik, mint az $n = 2$ esetben (HF).

A (3) és (6) közvetlenül leolvasható lesz a képletből.

A (7) szorzattartási tulajdonságot
később vizsgáljuk.

A bizonyítás stratégiája

Emlékeztető 3×3 -ra

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$, akkor $\det(M)$ szintén az M elemeiből készített bizonyos szorzatok előjeles összege.

A képlet később, **permutációk előjelének** felhasználásával.

Az (1) és (2) tulajdonságból a (4) és az (5) szó szerint ugyanúgy következik, mint az $n = 2$ esetben (HF).

A (3) és (6) közvetlenül leolvasható lesz a képletből.

A (7) szorzattartási tulajdonságot, valamint az inverz mátrix létezésének (8) kérdését is később vizsgáljuk.

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).
- Bekarikázzuk,

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).
- Bekarikázzuk, majd kinullázzuk az **alatta** lévő elemeket

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).
- Bekarikázzuk, majd kinullázzuk az **alatta** lévő elemeket (de a karikázott elemet nem változtatjuk **1**-re).

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).
- Bekarikázzuk, majd kinullázzuk az **alatta** lévő elemeket (de a karikázott elemet nem változtatjuk **1**-re).
- Ezt a három lépést ismétljük amíg lehet,

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).
- Bekarikázzuk, majd kinullázzuk az **alatta** lévő elemeket (de a karikázott elemet nem változtatjuk **1**-re).
- Ezt a három lépést ismételjük amíg lehet, a karikázandó számot mindig új sorból és oszlopból választva.

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).
- Bekarikázzuk, majd kinullázzuk az **alatta** lévő elemeket (de a karikázott elemet nem változtatjuk **1**-re).
- Ezt a három lépést ismételjük amíg lehet, a karikázandó számot mindig új sorból és oszlopból választva.
- Ha az eljárás azelőtt megáll, hogy a főátló minden elemén karika van,

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).
- Bekarikázzuk, majd kinullázzuk az **alatta** lévő elemeket (de a karikázott elemet nem változtatjuk **1**-re).
- Ezt a három lépést ismételjük amíg lehet, a karikázandó számot mindig új sorból és oszlopból választva.
- Ha az eljárás azelőtt megáll, hogy a főátló minden elemén karika van, akkor a determináns nulla.

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopserével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).
- Bekarikázzuk, majd kinullázzuk az **alatta** lévő elemeket (de a karikázott elemet nem változtatjuk **1**-re).
- Ezt a három lépést ismételjük amíg lehet, a karikázandó számot mindig új sorból és oszlopból választva.
- Ha az eljárás azelőtt megáll, hogy a főátló minden elemén karika van, akkor a determináns nulla.
- Ellenkező esetben felső háromszögmátrixot kapunk,

A determináns kiszámítása

Eljárás

Végezzünk a mátrixon módosított Gauss-eliminációt:

- Keresünk egy nem nulla elemet.
- Sor- vagy oszlopcterével a főátlóba tesszük (és közben följegyezzük, hogy hányszor váltottunk előjelet).
- Bekarikázzuk, majd kinullázzuk az **alatta** lévő elemeket (de a karikázott elemet nem változtatjuk **1**-re).
- Ezt a három lépést ismételjük amíg lehet, a karikázandó számot mindig új sorból és oszlopból választva.
- Ha az eljárás azelőtt megáll, hogy a főátló minden elemén karika van, akkor a determináns nulla.
- Ellenkező esetben felső háromszögmátrixot kapunk, melynek determinánsa a főátlóban álló elemek szorzata.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} =$$

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} =$$

Az első két oszlopot megcseréljük.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} =$$

Az első két oszlopot megcseréljük.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} =$$

A második sorból kivonjuk az első sor **4**-szeresét.

A harmadik sorból kivonjuk az első sor **7**-szeresét.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} =$$

A második sorból kivonjuk az első sor **4**-szeresét.

A harmadik sorból kivonjuk az első sor **7**-szeresét.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} =$$

A harmadik sorból kivonjuk a második sor 2-szeresét.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

A harmadik sorból kivonjuk a második sor 2-szeresét.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Az eredmény a főátlóbeli elemek szorzata.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Az eredmény a főátlóbeli elemek szorzata.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

Az első két oszlopot megcseréljük.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{vmatrix} =$$

Az első két oszlopot megcseréljük.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{vmatrix} =$$

A második sorból kivonjuk az első sor **4**-szeresét.

A harmadik sorból kivonjuk az első sor **7**-szeresét.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -6 \end{vmatrix} =$$

A második sorból kivonjuk az első sor 4-szeresét.

A harmadik sorból kivonjuk az első sor 7-szeresét.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -6 \end{vmatrix} =$$

A harmadik sorból kivonjuk a második sor 2-szeresét.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

A harmadik sorból kivonjuk a második sor 2-szeresét.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

HF: Ha egy sor vagy oszlop nulla,

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

HF: Ha egy sor vagy oszlop nulla, akkor a determináns nulla.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

HF: Ha egy sor vagy oszlop nulla, akkor a determináns nulla.
Az utolsó sor nulla, így a determináns is nulla.

Példa eliminációra

Példa

Karikázás helyett a megfelelő számok **piros** színűek.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 9 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

Példa

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 6 & -6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

HF: Ha egy sor vagy oszlop nulla, akkor a determináns nulla.

Az utolsó sor nulla, így a determináns is nulla.

Az utolsó sor a második sor **2**-szerese mínusz az első sor.

A 14. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

A 2×2 -es és 3×3 -as determináns.

A 14. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

A 2×2 -es és 3×3 -as determináns.

Tételek (F1.3.1–6. és F2.2.2–4.)

A determináns alaptulajdonságai: sorban és oszlopban lineáris;

A 14. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

A 2×2 -es és 3×3 -as determináns.

Tételek (F1.3.1–6. és F2.2.2–4.)

A determináns alaptulajdonságai: sorban és oszlopban lineáris;
ha két oszlop (sor) egyenlő, akkor a determináns nulla;

A 14. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

A 2×2 -es és 3×3 -as determináns.

Tételek (F1.3.1–6. és F2.2.2–4.)

A determináns alaptulajdonságai: sorban és oszlopban lineáris;
ha két oszlop (sor) egyenlő, akkor a determináns nulla;
ha egy oszlophoz egy másik skalárszorosát adjuk, akkor
nem változik;

A 14. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

A 2×2 -es és 3×3 -as determináns.

Tételek (F1.3.1–6. és F2.2.2–4.)

A determináns alaptulajdonságai: sorban és oszlopban lineáris;
ha két oszlop (sor) egyenlő, akkor a determináns nulla;
ha egy oszlophoz egy másik skalárszorosát adjuk, akkor
nem változik; oszlopcserénél előjelet vált;

A 14. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

A 2×2 -es és 3×3 -as determináns.

Tételek (F1.3.1–6. és F2.2.2–4.)

A determináns alaptulajdonságai: sorban és oszlopban lineáris;
ha két oszlop (sor) egyenlő, akkor a determináns nulla;
ha egy oszlophoz egy másik skalárszorosát adjuk, akkor
nem változik; oszlopcserénél előjelet vált;
felső háromszögmátrix,

A 14. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

A 2×2 -es és 3×3 -as determináns.

Tételek (F1.3.1–6. és F2.2.2–4.)

A determináns alaptulajdonságai: sorban és oszlopban lineáris;
ha két oszlop (sor) egyenlő, akkor a determináns nulla;
ha egy oszlophoz egy másik skalárszorosát adjuk, akkor
nem változik; oszlopcserénél előjelet vált;
felső háromszögmátrix, transzponált,

A 14. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

A 2×2 -es és 3×3 -as determináns.

Tételek (F1.3.1–6. és F2.2.2–4.)

A determináns alaptulajdonságai: sorban és oszlopban lineáris;
ha két oszlop (sor) egyenlő, akkor a determináns nulla;
ha egy oszlophoz egy másik skalárszorosát adjuk, akkor
nem változik; oszlopcserenél előjelet vált;
felső háromszögmátrix, transzponált, szorzat determinánusa;

A 14. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

A 2×2 -es és 3×3 -as determináns.

Tételek (F1.3.1–6. és F2.2.2–4.)

A determináns alaptulajdonságai: sorban és oszlopban lineáris;
ha két oszlop (sor) egyenlő, akkor a determináns nulla;
ha egy oszlophoz egy másik skalárszorosa adjuk, akkor
nem változik; oszlopcserénél előjelet vált;
felső háromszögmátrix, transzponált, szorzat determinánusa;
inverz létezése.