M $n \times n$-es

M_{ij} = i. sor j. eleméhez tartozó előjeles aldet.

M^{-1} létezik $\Leftrightarrow$ $\det M \neq 0$

Ekkor

$$M^{-1} = \frac{1}{\det M}\left(\left(M_{ji}\right)\right)$$

→ transzponált "kell"!

1.

$$\begin{pmatrix} 1 & \boxed{2} & 3 \\ \boxed{0} & 4 & 5 \\ 0 & \boxed{0} & 6 \end{pmatrix} \qquad \det M = 1 \cdot 4 \cdot 6 = 24$$

1. sor 2. eleme: $\frac{1}{\det M} M_{21} = \frac{1}{24} \cdot - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2}$

sakktábla-előjel

2. sor 3. eleme: $\frac{1}{24} M_{32} = -\frac{1}{24}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = -5/24$

---

2. $\det(AB) = \det A \det B$ $\qquad \det A^{-1} = 1/\det A$

$\det A = 3$ $\det B = 6$ $\det C = 4$

$\det(A^3 B^{-1} C A^{-2}) = 3^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot \frac{1}{3^2} = \frac{12}{6} = \underline{\underline{2}}$.

$\det(2A) = 2^n \det A$ (A $n \times n$-es).

5.

$(x-b_1)(x-b_2)(x-b_3) =$

x^3 $\quad$ $\forall$ zárójelből x-et

$x^2(-\underbrace{(b_1+b_2+b_3)}_{\sigma_1})$ $\quad$ 2 zárójelből x-et

$x(b_1b_2+b_1b_3+b_2b_3)$ $\quad$ 1 — " —

$-\underbrace{b_1b_2b_3}$

σ_3 $\quad$ σ_2

---

x^3+3x+1 gyökei a, b, c $\quad$ ⊖

$(x-a)(x-b)(x-c)$ "

$\sigma_1 = a+b+c = -0$ $\quad$ (x^2 együtthatója)

$\sigma_2 = ab+ac+bc = 3$ $\quad$ (x együtth.)

$\sigma_3 = abc = -1$ $\quad$ (konst. tag, ⊖)

---

n. fokúra: $(x-b_1)\dots(x-b_n)$ $\quad$ σ_k

x^{n-k} e.h.-ja $\big(\sum$ k db b szorzata$\big)$ $\quad$ $n-k$ zárójelből x

$(-1)^k$ $\quad$ $\binom{n}{k}$ tag

$a_0+\dots+a_nx^n = a_n(x-b_1)\dots(x-b_n)$ $\quad$ $/ : a_n$

x^{n-k} $\quad$ $\frac{a_{n-k}}{a_n}$ $\quad$ $(-1)^k\sigma_k$

$$\boxed{\sigma_k = (-1)^k\frac{a_{n-k}}{a_n}}$$

10.

$\underline{2x^4 + 2x + 3}$ | $a_0 = 3,\ a_1 = 2,\ a_2 = 0,\ a_3 = 0,\ a_4 = 2$

$$\sigma_1 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = (-1)^1 \cdot \frac{a_{4-1}}{a_4} = -a_3/a_4 = 0$$
$$\sigma_2 = b_1b_2 + b_1b_3 + b_1b_4 + b_2b_3 + b_2b_4 + b_3b_4 = a_2/a_4 = 0$$
$$\sigma_3 = b_1b_2b_3 + b_1b_2b_4 + b_1b_3b_4 + b_2b_3b_4 = -a_1/a_4 = -1$$
$$\sigma_4 = b_1b_2b_3b_4 = a_0/a_4 = 3/2$$

---

reciprokösszeg $\dfrac{1}{b_1} + \dfrac{1}{b_2} + \dfrac{1}{b_3} + \dfrac{1}{b_4} =$ n tag $\dfrac{\sigma_{n-1}}{\sigma_n}$

$$= \frac{b_2b_3b_4 + b_1b_3b_4 + b_1b_2b_4 + b_1b_2b_3}{b_1b_2b_3b_4} = \frac{\sigma_3}{\sigma_4} = -2/3$$

négyzetösszeg: $(a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c) =$
$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \Rightarrow$
$a^2 + b^2 + c^2 = \boxed{\sigma_1^2 - 2\sigma_2}$ HF: n tag esetében is.

Most $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ négyzetösszeg 0.
($\Rightarrow$ van nem valós gyök is)

(12.) x^3+3x+1 gyökei a, b, c

Láttuk $\sigma_1 = a+b+c = 0$

$\sigma_2 = ab+ac+bc = 3$

$\sigma_3 = abc = -1$

---

a^2, b^2, c^2 $\quad (x-a^2)(x-b^2)(x-c^2) = **$

$$x^3 - \underbrace{(a^2+b^2+c^2)}_{\sigma_1^2 - 2\sigma_2 = 0^2 - 2\cdot 3 = -6} x^2 + \underbrace{(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)}_{* = ?} x - \underbrace{a^2b^2c^2}_{(-1)^2 = 1}$$

$$\underset{9}{\sigma_2^2 = (ab+ac+bc)^2} = \underbrace{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}_{\overset{\shortparallel}{\underset{9}{*}}} + 2\underbrace{(abac+abbc+acbc)}_{abc(a+b+c) = 0}$$

$$** = \boxed{x^3+6x^2+9x-1}$$

$(x-(a+b))(x-(a+c))(x-(b+c)) =$

$= x^3 - (2a+2b+2c)x^2 + [\underbrace{(a+b)(a+c)+(a+b)(b+c)+(a+c)(b+c)}_{?}]x$

$- \underbrace{(a+b)(a+c)(b+c)}_{??}$

HF.

2.7.16

$$(x-(a+b))(x-(a+c))(x-(b+c)) =$$

$$a+b+c=0$$

$$= (x+c)(x+b)(x+a) =$$

$$= x^3 + x^2\underbrace{(a+b+c)}_{=0} + x(ab+ac+bc) + abc =$$

$$= x^3 + 3x - 1$$

13., 14. HF	22 HF
diskrimináns?	interpoláció

Imed: legközelebb

MARADÉKOS OSZTÁS

$$\frac{x^3}{x^2} = x$$

$$\frac{x}{x^2} \;??$$

$135 : \boxed{7} = \boxed{19}$ hányados

$-\;7$

$\;\;65$

$-\;63$

$\;\;\boxed{2}$

maradék

osztó

osztandó.

$x^3 + 3x + 2 : x^2 + 1 = \boxed{x}$

hányados.

$-\,(x^3 + x)$

$\boxed{2x + 2}$

maradék

1. főtagokat elosztjuk
2. Visszaszorzunk
3. Kivonunk

STOP, ha a maradék foka < osztó foka

$$x^3 - 2 \;:\; 2x^2 + 2x - 3 = \boxed{\tfrac{1}{2}x - 1/2}$$

hányados.

$$\frac{x^3}{2x^2} = \frac{1}{2}x \qquad \frac{-x^2}{2x^2} = -1/2$$

$$-(x^3 + x^2 - 3/2\,x)$$

$$-x^2 + 3/2\,x - 2$$

$$-(-x^2 - x + 3/2)$$

$$\boxed{\tfrac{5}{2}x - \tfrac{7}{2}}$$ maradék

$$x^3 - 2 = (2x^2 + 2x - 3)(1/2\,x - 1/2) + 5/2\,x - 7/2$$

$$x^4 + x^2 + 1 \;:\; x^2 + x + 1 = x^2 - x + 1$$

$$\frac{x^4}{x^2} = x^2 \qquad \frac{-x^3}{x^2} = -x \qquad \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$-(x^4 + x^3 + x^2)$$

$$-x^3 + 1$$

$$-(-x^3 - x^2 - x)$$

$$x^2 + x + 1$$

$$-(x^2 + x + 1)$$

$$\boxed{0}$$

$$x^2 + x + 1 \mid x^4 + x^2 + 1.$$

$$x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^{64} + x^{54} + x^{14} + 1 = (x^2-1)q(x) + (ax+b)$$

$x=1$: $1 + 1 + 1 + 1 = 0 \cdot q(1) + (a+b)$

$x=-1$ $1 + 1 + 1 + 1 = -a+b$

$\left.\begin{array}{l} a+b=4 \\ -a+b=4 \end{array}\right\}$ $b=4$, $a=0$ maradék $\boxed{4}$

TRÜKK: az osztó gyökeit behelyettesítettük.
Akkor, ha ad a maradék a kérdés.

$$x^{64} + x^{54} + x^{14} + 1 = (x^2+1)q(x) + ax+b$$

$\left.\begin{array}{llll} x=i & 1 - 1 - 1 + 1 = 0 & + (ai+b) \\ x=-i & 1 - 1 - 1 + 1 = 0 & + (-ai+b) \end{array}\right\}$

$\Rightarrow a = b = 0$ Maradék $\boxed{0}$!

---

valós együtthatós : valós együtthatós $\Rightarrow$ valós együtthatós a maradék és a hányados.

Spec: a és b valós.

(sőt, racionálisak egészek, mert x^2 főegyütthatója 1.)

$ai + b = 0$
$\Rightarrow a = b = 0$.

(4) $f(x) = (x^2+1)q(x) + (x+1)$

$f(i) = 0 \cdot q(i) + \underline{\underline{i+1}}$

(2.) $x^{2n} + x^n + 1 = (x^2+x+1)q(x) + (ax+b)$

Mikor lesz $a=b=0$?

---

x^2+x+1 gyökei $\quad x^2+x+1 = \frac{x^3-1}{x-1} = (x-\varepsilon)(x-\varepsilon^2)$

x^3-1 gyökei a 3. egységgyökök $\quad \varepsilon = \cos 120° + i \sin 120°$

ε^2 és 1

Megjegyzés: a, b valós.

$x = \varepsilon \quad a\varepsilon + b = \varepsilon^{2n} + \varepsilon^n + 1$ $\quad \boxed{\varepsilon^3 = 1}$

$n = 3k+1 \quad \varepsilon^n = \varepsilon$ és $\varepsilon^{2n} = \varepsilon^2$ $\Rightarrow \varepsilon^2+\varepsilon+1 = 0$

$n = 3k+2 \quad \varepsilon^n = \varepsilon^2$ és $\varepsilon^{2n} = \varepsilon^4 = \varepsilon$ $\quad \varepsilon$ gyöke x^2+x+1-nek

0 a maradék.

$3 | n \quad \varepsilon^n = \varepsilon^{2n} = 1 \quad \boxed{3 = a\varepsilon + b}$ $\quad \overset{HF}{\Longrightarrow} \underline{\underline{a=b=0}}$

$a\varepsilon + b = 3 \qquad a = b = ?$

$\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

$a\left(-1/2 + \sqrt{3}/2\, i\right) + b = 3 \qquad a, b$ valós

képzetes rész: $a\sqrt{3}/2 = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow \boxed{b = 3}$

(elég: $\sin 120^\circ \neq 0$).

Tehát $\boxed{3}$ a maradék.

HF másikán $a\varepsilon + b = 0 \Rightarrow a = b = 0$.

HF 5.