

**Bsc algebra3a gyakorlat**  
*Első zárthelyi (2021. október 18.)*

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Minden feladatot **külön oldalon** kezdjük. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. A ZH alatt nem lehet kimenni a teremből. Minden lapon **OLVASHATÓ NAGYBETŰKKEL** szerepeljen a név és a NEPTUN-kód. A dolgozat jegye az összpontszám hatodrésze.

1. Hány tizedrendű elem van az  $A_{10}$  alternáló csoportban? (Az eredményben esetlegesen szereplő binomiális együtthatókat nem kell kiszámolni numerikusan.)
2. Hány olyan 240 rendű Abel-csoport van izomorfia erejéig, amelyben nincs 40 rendű elem?
3. Egy szabályos háromszög oldalait négy színnel kiszínezzük az összes lehetséges módon (minden oldal egy színt kap, nem kell mindegyik színt felhasználni). Hányféle alakzatot kapunk, ha a háromszög hat szimmetriájával egymásba vihetőket nem tekintjük különbözőnek?
4. Legyen  $Q$  a nyolcelemű kvaterniócsoport. Hány elemű  $Q \times S_3$ -ban az  $(i, (123))$  és  $(j, id)$  által generált részcsoporthoz?
5. A  $\mathbb{Z}_{30}^\times / \{1, 19\}$  faktorcsoporthoz adjuk meg a rendjét, illetve a  $17\{1, 19\}$  elem rendjét. Van-e ennél nagyobb rendű elem ebben a faktorcsoporthoz?
6. A szabályos tetraéderben kiválasztunk két szemközt eső csomópontot (amelyeknek nincs közös végpontja), és összekötjük a felezőpontjukat. Hány olyan szimmetriája van a tetraédernek, amely ezt a szakaszt önmagába viszi? (A két végpont megcserélése megengedett.) Melyik ismert csoportot kapjuk ezen a módon?