$$1+2+3+\dots+100 = S = \frac{100\cdot 101}{2}$$

$$100+99+98+\dots\ 1 = S$$

$$101+101+\dots+101 = 2S = 100\cdot 101.$$

$$3+5+7+\dots+31 =$$

plau vrei udat?? $-\sum_{\substack{p \text{ plau} \\ 3\le p\le 31}} p$ $\quad \sum_{\substack{p \text{ prím} \\ 3\le p\le 31}} p$

prímelat ??

add
össze $\rightarrow \sum_{\text{mikor}}$ mit

$$\sum_{\substack{1\le i\le 100 \\ i \text{ egész}}} i = 1+2+\dots+100 = \sum_{i=1}^{100} i$$

$$\sum_{i=1}^{100} 1 = 100$$

Π szorzat össze

$$\sum_{j=6}^{9}(-1)^j = (-1)^6+(-1)^7+(-1)^8+(-1)^9 =$$
$$= 1-1+1-1=0$$

$$\sum_{2<j<5}(2j+1) = (2\cdot 3+1)+(2\cdot 4+1) =$$
$$= 7+9=16.$$

$$\sum_{2<j<k<6} jk = 3\cdot 4+3\cdot 5+4\cdot 5 =$$
$$= 12+15+20=47$$

$j=3 \quad k=4,5$

$j=4 \quad k=5$

$$\sum_{\substack{p<7 \\ p \text{ prim}}} p^2 = 2^2+3^2+5^2 = 4+9+25=38$$

$$\prod_{1 \le i \le 1000000000} (i-213) = (-212)(-211)\ldots$$

$$\ldots(-1)\cdot 0 \cdot 1 \cdot \ldots = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$$

$$\prod_{i=1}^{n} 2^i = 2^1 \cdot 2^2 \cdot \ldots \cdot 2^n = 2^{1+2+\ldots+n} = 2^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$\sum_{i=0}^{n} q^i = 1 + q + \ldots + q^n = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$$

mértani sorozat $(q \neq 1)$

Ha $q = 1$ $\underline{n+1}$

$$(a-b)\sum_{i=0}^{n-1} a^i b^{n-1-i} = a^n - b^n$$

Áll HF

$n=3$

$$= (a^0 b^2 + a^1 b^1 + a^2 b^0)(a-b) =$$

$$= \cancel{a b^2} + \cancel{a^2 b} + a^3 b^0 -$$

$$- a^0 b^3 - \cancel{a b^2} - \cancel{a^2 b} = \underline{\underline{a^3 - b^3}}$$

$a = q \qquad b = 1$

$$(q-1)\underbrace{(1 + q + q^2)}_{= \frac{q^3-1}{q-1}} = q^3 - 1 \qquad q \neq 1$$

$$\underbrace{a^0 b^2 + a^1 b^1 + a^2 b^0}_{a^0 b^3 + a^1 b^2 + a^2 b + a^3 b^0} = \frac{a^3 - b^3}{a - b}$$

mértani sorozat
a/b kvóciens

$$(a^0 b^2 + ab + a^2 b^0) = \frac{a^3 - b^3}{a - b}$$

$$a \mapsto a$$
$$b \mapsto -b$$

$$a^0 b^2 - ab + a^2 b^0 = \frac{a^3 + b^3}{a + b}$$

Általában, ha n páratlan!

Ha n páros $a^n b^n$-ből nem tudjuk $a+b$-t „egyszerű" kiemelni.

$$\sum_{i=1}^{100} \left(\sum_{j=1}^{20} ij \right) - \sum_{j=1}^{20} \left(\sum_{i=1}^{100} ij \right) = ?$$

$$\sum_{i=1}^{100} \sum_{j=1}^{20} ij = \sum_{j=1}^{20} \sum_{i=1}^{100} ij$$

$j=1 \quad j=2 \quad j=20$

$i=1: \quad 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + \ldots + 1 \cdot 20 = \frac{20 \cdot 21}{2}$

$i=2 \quad 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots + 2 \cdot 20 = 2 \cdot \frac{20 \cdot 21}{2}$

$i=3 \quad 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + \ldots + 3 \cdot 20 = 3 \cdot \frac{20 \cdot 21}{2}$

$\ldots$

$i=100 \quad 100 \cdot 1 + \cancel{100} \cdot 2 + \ldots + 100 \cdot 20 = 100 \frac{20 \cdot 21}{2}$

$(1 + \ldots + 100) \frac{20 \cdot 21}{2}$

$\frac{100 \cdot 101}{2}$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)\left(\sum_{j=1}^{m} b_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_i b_j$$

$$(a_1 + \dots + a_n)(b_1 + \dots + b_m) =$$

$$= a_1(b_1 + \dots + b_m) + \qquad = a_1 b_1 + \dots + a_1 b_m$$

$$+ a_2(b_1 + \dots + b_m) +$$

$$\vdots$$

$$+ a_n(b_1 + \dots + b_m) \qquad = a_n b_1 + \dots + a_n b_m$$

Az első összeg minden tagját a második összeg minden tagjával összeszorozni, és az nm szorzatot összeadni.

$$= \sum_{\substack{1 \le i \le n \\ 1 \le j \le m}} a_i b_j$$

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$(a^n)^m = a^{nm}$

$\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$

$(ab)^n = a^n \cdot b^n$

ROSSZ

$2^{3^4} \cancel{=} 8^4 = 4096$??? ...

$= 2^{(3^4)} = 2^{81}$

$1 \cdot 2 + 3 = 5$ nem 6

$\sqrt{8} \cdot \sqrt[4]{4} = 8^{1/2} \cdot 4^{1/4} = (2^3)^{1/2} \cdot (2^2)^{1/4} = 2^{3/2 + 1/2} = 2^2 = \underline{\underline{4}}$

$\left(\sqrt[n-1]{x}\right)^{n^2-1} = x^{\frac{n^2-1}{n-1}} = x^{n+1}$ $\quad n \neq 1.$

$(x^1)^2 (x^2)^2 \cdots (x^n)^2 = x^{2+4+\cdots+2n} = x^{\frac{(2n+2)n}{2}}$

$x^{1^2} x^{2^2} \cdots x^{n^2} = x^{1^2+2^2+\cdots+n^2} \underset{\text{HF*}}{=} x^{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$

teljes indukció pl.

HF 4