Bsc algebra2 gyakorlat

Gyakorlati jegy utóvizsga, 2020. május 25.

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. A feladatok 7 pontosak, mindegyikből legalább 3 pontot kell szerezni, különben az eredmény elégtelen. Kérjük, hogy a szerző nevét és NEPTUN-kódját **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott nagybetűkkel** írják fel. A feltöltéssel együtt 150 perc áll rendelkezésre.

1. $(3+3+1$ pont$)$

a) Határozzuk meg az $\{x^3+2x+1, 2x^3+4x+3, 3x^3+6x+4\}$ rendszer rangját $\mathbb{R}$ fölött.

b) Milyen c, d-re lesz $x^3+cx+d \in \langle x^3+2x+1, 2x^3+4x+3, 3x^3+6x+4\rangle$?

c) Írjuk fel $(3,4)^T$ koordinátavektorát az $(2,2)^T$, $(1,2)^T$ bázisban.

2. $(3+2+2$ pont$)$

a) Legyen V a sík pontjainak vektortere $\mathbb{R}$ fölött. A $C \in \mathrm{Hom}(V)$ lineáris transzformáció mátrixa az $\big((2,2),(1,2)\big)$ bázisban $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Mi C mátrixa az $\big((1,1),(1,2)\big)$ bázisban?

b) Hová viszi az előző pontbeli C leképezés a $(3,4)$ pontot?

c) Számítsuk ki $v = [1-i, 1-2i]^T$ normáját, és a $\langle v, [i,3]^T\rangle$ skaláris szorzatot.

3. Határozzuk meg az

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix karakterisztikus polinomját, sajátértékeit, sajátaltereit, ezek dimenzióját, minimálpolinomját és Jordan-alakját.

4. $(2+2+3$ pont$)$

a) Álljon W azon (x,y,z) pontokból $\mathbb{R}^3$-ben, melyekre $x-2y+z=0$. Egészítsük ki a $b_1 = (1/\sqrt{5})(2,1,0)$ rendszert W ortonormált bázisává.

b) Határozzuk meg az $(1,2,3)$ pont távolságát az előző pontban szereplő W altértől.

c) Az $(a,b,c,d) \to (b,a,zd,zc)$ leképezés mely $z \in \mathbb{C}$ értékekre lesz normális, unitér, illetve önadjungált?

5. Határozzuk meg a $7x^2+18xy-17y^2$ valós kvadratikus alak szimmetrikus mátrixát, ONB-ben vett négyzetösszeg alakját és karakterét.