

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján található.

11. Adjunk ellenpéldát az alábbi állításra. „A z és w **nem valós** komplex számokra felírt háromszög-egyenlőtlenségben akkor és csak akkor áll egyenlőség, ha z/w valós szám.”

Pl.

12. Mennyi $(i - \sqrt{3})^{11}$ képzetes része? A végeredményben ne szerepeljen se szögfüggvény, se binomiális együttható.

13. A $\cos \alpha + i \sin \alpha$ számnak mely $0 \leq \alpha < 360^\circ$ értékekre lesz köbgyöke az első síknegyedben (a két határoló félegyenest is beleértve)?

14. Ha $z \in \mathbb{C}$ rendje 72, akkor mennyi z^{15} inverzének a rendje?

15. Mely $n > 0$ egészekre igaz, hogy egy n egyenletből és 10 ismeretlenből álló lineáris egyenletrendszernek nem lehet egyértelmű a megoldása?

16. Adjunk ellenpéldát az alábbi állításra: „ha az A és B valós mátrixokra AB és BA is értelmes, akkor $A + B$ is értelmes.”

Pl.

17. Adjunk meg egy olyan 2×2 -es valós mátrixot, melynek a négyzete nulla, de egyik eleme sem nulla.

Pl.

18. Egy 3×3 -as A mátrix determinánása 5, az elemeihez tartozó előjelezett aldeterminánsokat jelölje A_{ij} . Mennyi lesz az $((A_{ij}))$ mátrix determinánása?

19. Egy ötelemű halmaz egy permutációjában k inverzió van. Hány inverzió van az inverzében?

20. Egy 7×7 -es determinánsban a mellékátló feletti elemek mind nullával egyenlők, a mellékátló elemeinek szorzata 6. Mennyi a determináns értéke?

21. Egy 99 fokú valós együtthatós polinomnak maximálisan hányszoros gyöke lehet az $1+i$? Adjunk is példát, amikor a maximum eléretik.

22. Az $x^3 + 2x^2 + 5x + d$ polinom komplex gyökei u , v és w . Mik a gyökei az $x^3 - 2x^2 + 5x - d$ polinomnak?

23. Mi a maradék, ha \mathbb{Z}_7 fölött $x^{2020} - 1$ -et elosztjuk $2x + 1$ -gyel?

24. Hány irreducibilis polinom szorzatára bomlik \mathbb{R} fölött az $(x^{72} - 1)^2$ polinom?

25. Hány **triviális** kéttényezős felbontása van $\mathbb{Z}[x]$ -ben a $91x^7$ polinomnak? A sorrendtől eltekintünk.

26. Hány osztója van $\mathbb{Q}[x]$ -ben a $8(x^5 - 2)^3(x - 3)^7$ polinomnak? Az egységseres osztókat **nem** különböztetjük meg.

27. Adjunk meg egy másodfokú polinomot és egy p prímet, amik mutatják, hogy a Schönemann–Eisenstein-kritériumban szükséges feltenni, hogy az x együtthatója p -vel osztható.

28. Adjunk ellenpéldát az alábbi állításra. „Ha egy $f \in \mathbb{Z}[x]$ polinom irreducibilis \mathbb{Q} fölött, akkor \mathbb{Z} fölött is.”

29. Adjunk példát olyan $f \in \mathbb{Z}_9[x]$ **normált**, másodfokú polinomra, amelynek \mathbb{Z}_9 -ben több, mint 2 gyöke van.

30. Hány irreducibilis polinom szorzatára bomlik \mathbb{Q} fölött az $x^9 + 1$ polinom?