

Bsc algebra1 gyakorlat
Második zárthelyi B (2019. dec. 10)

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a pusztá eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak. Az első három feladatból összesen legalább 4+4+4 pontot kell szerezni, különben az eredmény elégtelen. Ha ez sikerült, akkor a ZH jegye az összpontszám hatoda. Semmilyen segédeszközt (kalkulátort, mobiltelefont) nem szabad használni. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott nagybetűkkel** írják fel.

1. (1 + 3 + 2 pont)

a) Határozzuk meg $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 3 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ előjelét.

b) Számítsuk ki a $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix determinánsát.

c) Írjuk fel $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ inverzében az első sor harmadik elemét a ferde kifejtési tételből származó képlet segítségével.

2. (3 + 3 pont)

a) Határozzuk meg $2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ gyökeinek négyzetösszegét és reciprokösszegét.

b) Osszuk el maradékosan az $x^3 + x^2 - 1$ polinomot $2x^2 + 1$ -gyel.

3. (2 + 2 + 2 pont)

a) A b egész szám mely választása mellett teljesíti a $7x^7 + 70x^4 + 6bx^2 + 140$ polinom a Schönemann–Eisenstein-kritérium feltételét?

b) Bontsuk irreducibilisek szorzatára \mathbb{Q} és \mathbb{Z} fölött az $15x^3 + 15x^2 - 30$ polinomot.

c) Számítsuk ki a Φ_{20} körosztási polinomot.

4. Bontsuk \mathbb{Z}_2 fölött irreducibilisek szorzatára az $x^8 + x^4 + x^2 + 1$ polinomot.

5. Mi lesz a maradék, ha $x^{2020} + 1$ -et elosztjuk $x^2 - x + 1$ -gyel?

6. Legyenek az $f(x) = x^3 + 4x + 1$ polinom komplex gyökei a, b, c , továbbá g az a normált polinom, amelynek gyökei $a^2 + b^2, a^2 + c^2, b^2 + c^2$. Mi g -ben az x együtthatója?