Bsc algebra1 gyakorlat

Második zárthelyi **A** *(2019. dec. 10)*

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak. Az első három feladatból összesen legalább 4+4+4 pontot kell szerezni, különben az eredmény elégtelen. Ha ez sikerült, akkor a ZH jegye az összpontszám hatoda. Semmilyen segédeszközt (kalkulátort, mobiltelefont) nem szabad használni. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott nagybetűkkel** írják fel.

1. $(1 + 3 + 2$ pont$)$

a) Határozzuk meg $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ előjelét.

b) Számítsuk ki a $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix determinánsát.

c) Írjuk fel $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ inverzében az első sor harmadik elemét a ferde kifejtési tételből származó képlet segítségével.

2. $(3 + 3$ pont$)$

a) Határozzuk meg $2x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$ gyökeinek négyzetösszegét és reciprokösszegét.

b) Osszuk el maradékosan az $x^3 + x^2 + 1$ polinomot $2x^2 - 1$-gyel.

3. $(2 + 2 + 2$ pont$)$

a) A b egész szám mely választása mellett teljesíti a $7x^7 + 42x^4 + 10bx^2 + 84$ polinom a Schönemann–Eisenstein-kritérium feltételét?

b) Bontsuk irreducibilisek szorzatára $\mathbb{Q}$ és $\mathbb{Z}$ fölött az $10x^3 + 10x - 20$ polinomot.

c) Számítsuk ki a Φ_{50} körosztási polinomot.

4. Bontsuk $\mathbb{Z}_2$ fölött irreducibilisek szorzatára az $x^8 + x^6 + x^4 + 1$ polinomot.

5. Mi lesz a maradék, ha $x^{2020} - 1$-et elosztjuk $x^2 - x + 1$-gyel?

6. Legyenek az $f(x) = x^3 - 3x + 1$ polinom komplex gyökei a, b, c, továbbá g az a normált polinom, amelynek gyökei $a^2 + b^2$, $a^2 + c^2$, $b^2 + c^2$. Mi g-ben az x együtthatója?