

NÉV: \_\_\_\_\_

ELTE AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**I. rész (30 perc).** Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Írjuk föl az  $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  és a  $g(x) = \sum_{j=0}^m b_j x^j$  polinomok szorzatában az  $x^k$  együtthatóját.

2. Mondjuk ki a gyöktényezők **egyszerre** való kiemelhetőségéről szóló tételt (beleértve, hogy milyen tulajdonságú gyűrű fölött érvényes).

3. Írjuk föl a trigonometrikus alakú  $r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$  és  $s(\cos \beta + i \sin \beta)$  komplex számok szorzatát trigonometrikus alakban.

4. Mondjuk ki a hatvány rendjének képletét.

5. Mondjuk ki az algebra alaptételét.

6. Írjuk föl az  $n \times n$ -es  $((a_{ij}))$  determináns utolsó sora szerinti kifejtését. Az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleméhez tartozó, már **előjelezett** aldeterminánst jelölje  $A_{ij}$ .

7. Definiáljuk az  $f, g \in S_n$  kompozíciójának fogalmát.

8. Írjuk föl az  $a_1, \dots, a_n$  (páronként különböző) helyekhez tartozó  $\ell_1(x)$  **első** Lagrange-féle interpolációs **al**polinomot (amely tehát az első helyen 1, a többi helyen nulla).

9. Mondjuk ki a második Gauss-lemmát (amely kapcsolatot teremt egy egész együtthatós polinom  $\mathbb{Q}$  és  $\mathbb{Z}$  feletti felbontásai között).

10. Definiáljuk az  $R$  gyűrűben az egysége**lem** fogalmát. (Nem az egység fogalmát kell definiálni!)