NÉV: ____________________ ELTE AZONOSÍTÓ: __________

II. rész (60 perc). *Minden válaszért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatók.*

11. Ha $|z| = 2$, akkor mennyi $z + iz$ és $z - iz$ távolsága?

12. Mennyi $[(-i - \sqrt{3})/2]^{129}$?

13. Soroljuk föl $2 + 2i$ azon hatodik gyökeit, melyek a harmadik síknegyedbe esnek.

14. Mely $n > 0$ egészekre igaz a következő? „Egy n-edik primitív egységgyök egész kitevőjű hatványainak halmazában csak egyetlen valós szám van.”

15. Ha egy lineáris egyenletrendszer megoldását megkaphatjuk a Cramer-szabállyal, akkor az elimináció során hány szabad változó keletkezik?

16. Legyen $M = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ és $N = (1, 2)$. Mennyi MN?

17. Legyen $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ és $B \in \mathbb{C}^{k \times \ell}$. Milyen feltétel mellett lesz értelmes az $AB^T + A$ kifejezés?

18. Az M invertálható mátrix minden elemét $1 + i \in \mathbb{C}$-vel megszorozzuk. Hogyan változik az inverze?

19. Adjunk meg egy olyan permutációt S_5-ben, amelyben 8 inverzió van.

20. A 4×4-es $((a_{ij}))$ determináns második és negyedik oszlopa egyenlő. Az $a_{14}a_{22}a_{31}a_{43}$ tagot melyik tag ejti ki biztosan?

21. Adjunk meg egy olyan ötödfokú $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomot, melynek nincs racionális gyöke, és kétszeres gyöke az $1 - i$.

22. Adjunk példát két olyan $\mathbb{Z}_3$ fölötti polinomra, melyekhez tartozó polinomfüggvények egyenlők, de az egyiknek tízszeres, a másiknak hússzoros gyöke a 2.

23. Egy komplex feletti harmadfokú polinom gyökeinek mindhárom elemi szimmetrikus kifejezése 1. Határozzuk meg a polinom gyökeit.

24. Adjunk példát olyan $f, g \in \mathbb{Z}[x]$ polinomokra, melyeket $\mathbb{Q}[x]$-ben maradékosan elosztva a maradék $x/2 + 1$ lesz.

25. Hány irreducibilis polinom szorzatára bomlik kompex fölött a $\Phi_{100}(x)$ körosztási polinom?

26. Adjunk meg egy tizedfokú $\mathbb{Q}$ fölötti polinomot, mely reducibilis, de nincs racionális gyöke.

27. Legyen $f(x) = (1/10)x^7 + x + 2$. Hogyan alkalmazható a Schönemann–Eisenstein-kritérium annak megmutatására, hogy f irreducibilis $\mathbb{Q}$ fölött? Mi a prím?

28. Mik azok az egész együtthatós polinomok, melyek $\mathbb{Z}$ felett irreducibilisek, de $\mathbb{Q}$ felett nem?

29. Mely $b \in \mathbb{Z}_6$ esetében lesz b és $b-1$ is nullosztó? (Az összeset fel kell sorolni.)

$b =$

30. Bontsuk $\mathbb{Z}_7$ fölött irreducibilisek szorzatára az $x^7 - x$ polinomot.