

**Bsc algebra1 gyakorlat**  
*Első zárthelyi B (2019. okt. 22)*

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a pusztá eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak. Az első három feladatból összesen legalább 4+4+4 pontot kell szerezni, különben az eredmény elégtelen. Ha ez sikerült, akkor a ZH jegye az összpontszám hatoda. Semmilyen segédeszközt (kalkulátort, mobiltelefont) nem szabad használni. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott nagybetűkkel** írják fel.

1. (2 + 3 + 1 pont)

a) Döntsük el, hogy a  $27x^3 - 9x - 2$  polinomnak hány-szoros gyöke a  $-1/3$ , és emeljük is ki az ehhez tartozó gyöktényezőt, ahány-szor csak lehet.

b) Határozzuk meg  $27x^3 + 27x^2 + 9x + 1$  racionális gyökeit.

c) Számítsuk ki az  $(2 + i)/(4 + 3i)$  hányadost, és ennek az abszolút értékét.

2. (3 + 2 + 1 pont)

a) Oldjuk meg a  $z^2 + 3iz - 3 - i = 0$  egyenletet  $\mathbb{C}$ -ben. (A komplex négyzetgyökvonást is el kell végezni.)

b) Egyenként soroljuk föl (trigonometrikus alakban) és ábrázoljuk a  $\sqrt{3} - \sqrt{3}i$  szám harmadik gyökeit. Írjuk oda mindegyikhez, hogy hányadik síknegyedbe esik.

c) Mennyi  $\cos(324^\circ) + i \sin(324^\circ)$  rendje?

3. (3 + 1 + 2 pont)

a) Adjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszer általános megoldását:

$$\begin{array}{rcl} 3x + 3y + 3z & = & 6 \\ -2x & + & 2z = 4 \\ 4x + 6y + 8z & = & 16 \end{array}$$

b) Számítsuk ki az  $AA^T - B$  mátrixot, ahol  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  és  $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ .

c) Számítsuk ki  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  inverzét.

4. Határozzuk meg és ábrázoljuk a  $|\bar{z} + 2| = \operatorname{Im} z$  egyenlet megoldásainak halmazát a komplex számsíkon.

5. Az  $f$  és  $g$  polinomoknak (pontosan) kétszeres gyöke a  $-1$ . Lehet-e (pontosan) háromszoros, illetve (pontosan) ötszörös gyöke a  $-1$  az  $f + g - fg$  polinomnak? Minden lehetségesnek gondolt értékre példapolinomot is kell adni.

6. Hány gyöke van (multiplicitásokkal számolva) a  $2019z^{2019} + z + 3$  polinomnak a komplex egységkör belsejében?