**Bsc algebra1 gyakorlat**

*Mintazárthelyi I (2019 ősz)*

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak. Az első három feladatból összesen legalább 4+4+4 pontot kell szerezni, különben az eredmény elégtelen. Ha ez sikerült, akkor a ZH jegye az összpontszám hatoda. Semmilyen segédeszközt (kalkulátort, mobiltelefont) nem szabad használni. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott nagybetűkkel** írják fel.

**1.** $(2+3+1$ pont$)$

**a)** Döntsük el, hogy a $4x^4+x^2-3x+1$ polinomnak hányszoros gyöke az $1/2$, és emeljük is ki az ehhez tartozó gyöktényezőt, ahányszor csak lehet.

**b)** Határozzuk meg $6x^3+13x^2+9x+2$ racionális gyökeit.

**c)** Számítsuk ki az $(1+2i)/(3+4i)$ hányadost, és ennek az abszolút értékét.

**2.** $(3+2+1$ pont$)$

**a)** Oldjuk meg a $z^2-4z-3iz+1+5i=0$ egyenletet $\mathbb{C}$-ben. (A komplex négyzetgyökvonást is el kell végezni.)

**b)** Egyenként soroljuk föl (trigonometrikus alakban) és ábrázoljuk a $-4-4\sqrt{3}i$ szám harmadik gyökeit. Írjuk oda mindegyikhez, hogy hányadik síknegyedbe esik.

**c)** Mennyi $\cos(275°)+i\sin(275°)$ rendje?

**3.** $(3+1+2$ pont$)$

**a)** Adjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszer általános megoldását:

$$\begin{aligned} 2\,x - 3\,y + 6\,z &= 14 \\ -3\,x \qquad\; + 2\,z &= 3 \\ 5\,x - 3\,y + 4\,z &= 11 \end{aligned}$$

**b)** Számítsuk ki az $AA^T+B$ mátrixot, ahol $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 2\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}$ és $B=\begin{pmatrix}3 & 7\\ 4 & 1\end{pmatrix}$.

**c)** Számítsuk ki $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ inverzét.

**4.** Határozzuk meg és ábrázoljuk a $\operatorname{Re}\big((4/z)+1\big)\leq \operatorname{Im}\big((4/\overline{z})-i\big)$ egyenlőtlenség megoldásainak halmazát a komplex számsíkon.

**5.** Egy egész együtthatós $f(x)$ polinomnak két különböző, egész, hatszoros gyöke is van. Hány egész helyen veheti fel maximálisan a 32 értéket? (A maximálisnak gondolt esetre példapolinomot is kell adni.)

**6.** Keressünk olyan $\varepsilon\in\mathbb{C}$ egységgyököt, melyre $o(i\varepsilon)=2o(\varepsilon)>20$. (Az $o$ rendet jelöl.)