

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

I. rész (30 perc). Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Mik az A Abel csoportban a g és h elemek által generált részcsoporthoz tartozó elemek?

$$\{ng + mh : n, m \in \mathbb{Z}\}.$$

2. Írjuk le azt a képletet, ami azt fejezi ki, hogy a g elemmel való konjugálás homomorfizmus.

$$gh_1h_2g^{-1} = (gh_1g^{-1})(gh_2g^{-1}).$$

3. Legyen $A, B \triangleleft G$. Mikor lesz G ennek a két normálosztónak a direkt szorzata?

$$G = AB \text{ és } A \cap B \text{ csak az egységelemből áll.}$$

4. Adjunk példát végtelen egyszerű csoportra.

$$\text{Pl. } \text{SO}(3).$$

5. Soroljuk föl a $2p$ rendű csoportokat izomorfia erejéig (p páratlan prím).

$$\mathbb{Z}_{2p}^+, D_p.$$

6. Definiáljuk a balideál fogalmát.

I balideál az R gyűrűben, ha az összeadásra részcsoport, és $r \in R, b \in I$ esetén $rb \in I$.

7. Definiáljuk az R/I faktorgyűrűben a szorzást. (A jóldefiniáltság kérdéséről nem kell írni.)

$(a + I)(b + I) = ab + I$.

8. Mondjuk ki a derivált és a többszörös gyökök kapcsolatáról szóló tételt test fölötti polinomokra.

Ha f -nek b legalább k -szoros gyöke, akkor f' -nek legalább $k - 1$ -szeres ($k \geq 1$).

9. Legyen K véges test. Mit jelent az, hogy az $f \in K[x]$ irreducibilis polinom primitív?

Azt, hogy f mindegyik gyöke generálja az f felbontási testének multiplikatív csoportját.

10. Definiáljuk a T test fölötti egységelemes A algebra b algebrai elemének minimálpolinomját.

Az $\{f \in T[x] : f(b) = 0\}$ ideál normált generátoreleme.