

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Mennyi $(12)(23)(34)(45)(67)(89) \in S_9$ rendje?

10

12. Hány részcsoportja van az \mathbb{F}_{64}^\times csoportnak? $d(63) = 6$ 13. Soroljuk föl a $Q \times D_9$ csoport hatodrendű elemeit. $(-1, f^3), (-1, f^6).$ 14. Adjuk meg a \mathbb{Z}^+ csoportban az 30 és a 63 által generált részcsoport indexét.

3

15. Hány elemű a szabályos tetraéder szimmetriacsoportjában egy élfelező pont stabilizátora?

 $24/6 = 4.$ 16. Adjunk ellenpéldát erre: „ S_5 -öt bármely ötödrendű és másodrendű eleme generálja együtt”. $(12)(34)$ és (12345) nem generálja (mindkettő páros).17. Legyen $H = \langle tf^2 \rangle \leq D_6$. Adjunk meg olyan $g \in D_6$ és $h \in H$ elemeket, hogy $ghg^{-1} \notin H$, és számítsuk is ki ezt a konjugáltat.Pl. $g = f, h = tf^2, ghg^{-1} = t.$ 18. Hány konjugáltosztálya van a \mathbb{Z}_{2018}^+ csoportnak?

2018

19. Soroljuk föl D_{32}/N negyedrendű elemeit, ahol $N = \{1, f^{16}\}$. Hány darab van? $f^4 N, f^{12} N$, azaz 2 van.20. Adjunk meg $SL(2, \mathbb{R})$ -ben egy negyedrendű elemet.Pl. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

21. Ha a \mathbb{Z}_{150}^\times csoportot prímszámhatványrendű ciklikus csoportok direkt szorzatára bontjuk, akkor hány tényező lesz, és ezeknek mi a rendje?

$$\mathbb{Z}_2^+ \times \mathbb{Z}_4^+ \times \mathbb{Z}_5^+$$

22. Adjuk meg a $\mathbb{Z}_5[x]/(x^2 - 2)$ faktorgyűrűben $x + 1 + (x^2 - 2)$ inverzét.

$$x - 1 + (x^2 - 2)$$

23. Mely $c \in \mathbb{Z}_7$ számokra lesz $\mathbb{Z}_7[x]/(x^2 - c)$ test?

$$c = 3, 5, 6$$

24. Adjunk példát $\mathbb{Z}[x]$ -ben egy olyan részgyűrűre, ami nem ideál.

Pl. a konstans polinomok.

25. Adjunk példát arra, amikor \mathbb{Q} fölött α és β foka 3, de $\alpha + \beta$ foka 1.

$$\text{Pl. } \alpha = \sqrt[3]{2} \text{ és } \beta = 1 - \sqrt[3]{2}.$$

26. Legalább hányadfokú \mathbb{Q} egy olyan **normális** bővítése, amely tartalmazza $\sqrt[4]{2}$ -t?

$$8$$

27. Adjunk példát arra, amikor Frobenius tételének feltételei közül nem igaz, hogy az algebra véges dimenziós, de a többi feltétel teljesül, és a tétel konklúziója nem igaz.

Pl. $\mathbb{R}[x]$ az \mathbb{R} fölött.

28. Hány hatodfokú irreducibilis polinom van \mathbb{Z}_2 fölött?

$$(2^6 - 2^3 - 2^2 + 2)/6 = 9$$

29. Hány elemű az $x^{10} - 1$ polinom felbontási teste \mathbb{Z}_2 fölött?

$$16$$

30. Számítsuk ki az $i + j + k$ kvaternió nyolcadik hatványát.

$$81$$