

NÉV: \_\_\_\_\_

ELTE AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**II. rész (60 perc).** Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Mennyi  $(12)(23)(34)(45)(67)(89) \in S_9$  rendje?12. Hány részcsoportja van az  $\mathbb{F}_{64}^\times$  csoportnak?13. Soroljuk föl a  $Q \times D_9$  csoport hatodrendű elemeit.14. Adjuk meg a  $\mathbb{Z}^+$  csoportban az 30 és a 63 által generált részcsoport indexét.

15. Hány elemű a szabályos tetraéder szimmetriacsoportjában egy élfelező pont stabilizátora?

16. Adjunk ellenpéldát erre: „ $S_5$ -öt bármely ötödrendű és másodrendű eleme generálja együtt”.17. Legyen  $H = \langle tf^2 \rangle \leq D_6$ . Adjunk meg olyan  $g \in D_6$  és  $h \in H$  elemeket, hogy  $ghg^{-1} \notin H$ , és számítsuk is ki ezt a konjugáltat.18. Hány konjugáltosztálya van a  $\mathbb{Z}_{2018}^+$  csoportnak?19. Soroljuk föl  $D_{32}/N$  negyedrendű elemeit, ahol  $N = \{1, f^{16}\}$ . Hány darab van?20. Adjunk meg  $SL(2, \mathbb{R})$ -ben egy negyedrendű elemet.

21. Ha a  $\mathbb{Z}_{150}^\times$  csoportot prímszámhatványrendű ciklikus csoportok direkt szorzatára bontjuk, akkor hány tényező lesz, és ezeknek mi a rendje?

22. Adjuk meg a  $\mathbb{Z}_5[x]/(x^2 - 2)$  faktorgyűrűben  $x + 1 + (x^2 - 2)$  inverzét.

23. Mely  $c \in \mathbb{Z}_7$  számokra lesz  $\mathbb{Z}_7[x]/(x^2 - c)$  test?

24. Adjunk példát  $\mathbb{Z}[x]$ -ben egy olyan részgyűrűre, ami nem ideál.

25. Adjunk példát arra, amikor  $\mathbb{Q}$  fölött  $\alpha$  és  $\beta$  foka 3, de  $\alpha + \beta$  foka 1.

26. Legalább hányadfokú  $\mathbb{Q}$  egy olyan **normális** bővítése, amely tartalmazza  $\sqrt[4]{2}$ -t?

27. Adjunk példát arra, amikor Frobenius tételének feltételei közül nem igaz, hogy az algebra véges dimenziós, de a többi feltétel teljesül, és a tétel konklúziója nem igaz.

28. Hány hatodfokú irreducibilis polinom van  $\mathbb{Z}_2$  fölött?

29. Hány elemű az  $x^{10} - 1$  polinom felbontási teste  $\mathbb{Z}_2$  fölött?

30. Számítsuk ki az  $i + j + k$  kvaternió nyolcadik hatványát.