NÉV: ______________________ ELTE AZONOSÍTÓ: ____________

I. rész (30 perc). *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0*. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és harmadik részt ki sem javítjuk.*

1. Definiáljuk a $g \in G$ elem $H \leq G$ szerinti bal oldali mellékosztályát, és adjuk meg az elemeit.

$gH = \{gh \,:\, h \in H\}$

2. Mondjuk ki a homomorfizmustételt csoportokra.

Ha $\varphi : G \to H$ csoporthomomorfizmus, akkor $\operatorname{Im}\varphi \cong G/\operatorname{Ker}\varphi$.

3. Mely $n > 1$ egészekre létezik primitív gyök mod n?

$n = 2,\, 4,\, p^k,\, 2p^k$, ahol p páratlan prím.

4. Adjunk példát végtelen sok véges, nemkommutatív, egyszerű csoportra.

Pl. az A_n alternáló csoport, ha $n \geq 5$.

5. Soroljuk föl a p^2 rendű csoportokat izomorfia erejéig (p prím).

$\mathbb{Z}_p^+ \times \mathbb{Z}_p^+,\ \mathbb{Z}_{p^2}^+.$

6. Mondjuk ki a balideálmentes gyűrűkről szóló tételt.

Ha az R gyűrűnek pontosan két balideálja van, akkor vagy ferdetest,
vagy olyan prím elemszámú gyűrű, amelyben bármely két elem szorzata nulla.

7. Adjuk meg az R kommutatív, egységelemes gyűrűben az $a, b, c \in R$ által generált ideál elemeit.

$\{ra + sb + tc \,:\, r, s, t \in R\}$.

8. Mit jelent az, hogy a $K \leq L$ bővítés az $f \in K[x]$ felbontási teste K fölött?

$L = K(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, ahol $f(x) = c(x - \alpha_1) \dots (x - \alpha_n)$ (és $c \in K$).

9. Ha az A gyűrű vektortér egy K test fölött, akkor mikor lesz algebra K fölött?

$\lambda(ab) = (\lambda a)b = a(\lambda b)$, ha $a, b \in A$ és $\lambda \in K$ (és a két struktúra összeadása azonos).

10. Fogalmazzuk meg a Hamming-távolság segítségével, mit jelent az, hogy egy kód t-hibajelző.

Bármely két különböző kódszó Hamming-távolsága legalább $t + 1$.