

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Számítsuk ki a kvaterniócsoportban az ijk elemet.

-1

12. Számítsuk ki a D_{12} diédercsoportban $(f^6 t f t)^4$ rendjét.

3

13. Soroljuk föl a $\mathbb{Z}_7^\times \times \mathbb{Z}_{25}^+$ csoport hatodrendű elemeit.

(3, 0), (5, 0).

14. Adjuk meg a D_{12} diédercsoportban az f^4 és t által generált részecssoport rendjét.

6

15. Hány pályája van egy négyzet alapú hasáb (ami nem kocka) szimmetriacsoportjának az élfelező pontok halmazán?

2

16. Melyik ismert csoporttal izomorf S_6 -ban az (123) és (456) által generált részecssoport? $\mathbb{Z}_3^+ \times \mathbb{Z}_3^+$ 17. Legyen $H = \langle (1234)(56) \rangle \leq S_6$. Adjunk meg olyan $g \in A_6$ és $h \in H$ elemeket, hogy $ghg^{-1} \notin H$, és számítsuk is ki ezt a konjugáltat.Pl. $g = (125)$, $h = (1234)(56)$, $ghg^{-1} = (2534)(16)$.18. Hány konjugáltosztálya van az S_4 szimmetrikus csoportnak?

5

19. Mely $d \in \mathbb{Z}_{12}^+$ -ra igaz, hogy $\mathbb{Z}_{12}^+ / \langle d \rangle$ -t generálja $6 + \langle d \rangle$? $d = 1, 5, 7, 11$ 20. Mennyi $SL(3, \mathbb{Z}_5)$ indexe $GL(3, \mathbb{Z}_5)$ -ben? $5 - 1 = 4$

21. Ha a \mathbb{Z}_8^\times csoportot prímszámú ciklikus csoportok direkt szorzatára bontjuk, akkor hány tényező lesz, és ezeknek mi a rendje?

$$\mathbb{Z}_2^+ \times \mathbb{Z}_2^+$$

22. Adjunk meg egy olyan nem nulla elemet a $\mathbb{Z}_5[x]/(x^2 - 1)$ faktorgyűrűben, aminek nincs inverze.

$$\text{Pl. } x + 1 + (x^2 - 1)$$

23. Mely $c \in \mathbb{Z}_7$ számokra lesz $\mathbb{Z}_7[x]/(x^3 - c)$ test?

$$c = 2, 3, 4, 5$$

24. Adjunk példát egy alkalmas szokásos, alaptételes gyűrűben olyan ideálra, ami nem főideál.

$$\text{Pl. } \mathbb{Z}[x]\text{-ben } (2, x).$$

25. Adjunk meg végtelen sok olyan elemet $\mathbb{Q}(\sqrt[12]{2})$ -ben, ami negyedfokú \mathbb{Q} fölött.

$$\text{Pl. } \sqrt[4]{2} + c, \text{ ahol } c \in \mathbb{Q}.$$

26. Legalább hányadfokú \mathbb{Q} egy olyan **normális** bővítése \mathbb{Q} fölött, amely tartalmazza $\sqrt[3]{2}$ -t?

$$6$$

27. Adjunk példát arra, amikor Frobenius tételének feltételei közül nem igaz, hogy az algebra valós fölötti, de a többi feltétel teljesül, és a tétel dimenzióra vonatkozó konklúziója nem igaz.

$$\mathbb{Q}(\sqrt[7]{2}) \text{ } \mathbb{Q} \text{ fölött.}$$

28. Hány ötödfokú **primitív** irreducibilis polinom van \mathbb{Z}_2 fölött?

$$\varphi(2^5 - 1)/5 = 6$$

29. Adjunk meg egy olyan $f \in \mathbb{Z}_3[x]$ polinomot, amelynek felbontási teste \mathbb{Z}_3 fölött \mathbb{F}_{81} .

$$\text{Pl. } x^{81} - x$$

30. Számítsuk ki az $i - j + 2k$ kvaternió köbét.

$$-6i + 6j - 12k$$