

NÉV: \_\_\_\_\_

ELTE AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**II. rész (60 perc).** Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Mennyi  $(12)(23)(34)(567) \in S_9$  rendje?12. A  $D_8$  diédercsoportban mennyi  $(ftf^2t)^{30}$  rendje?13. Hány 40 rendű elem van az  $\mathbb{F}_{81}$  test multiplikatív csoportjában?14. Adjunk ellenpéldát az alábbi állításra: „egy  $G$  csoportnak minden  $k$ -ra legfeljebb egy  $k$  indexű részcsoportja lehet.”15. Hány pályája van az  $(123)(45)(67)$  elem által generált részcsoportnak  $S_9$ -ben?

16. Adjunk meg egy olyan csoportot, ami nem generálható két elemmel.

17. Adjunk meg az  $A_4$  alternáló csoportban egy olyan részcsoportot, ami nem normálosztó.18. Hány konjugáltosztálya van a  $D_4$  diédercsoportnak?19. Legyen  $N = \{1, f^4, f^8\} \triangleleft D_{12}$ . Mennyi  $f^2N$  rendje a  $D_{12}/N$  faktorcsoportban?20. Adjuk meg  $(-k, 2)$  rendjét a  $Q \times \mathbb{Z}_7^\times$  csoportban ( $Q$  a kvaterniócsoport).

21. Ha a  $\mathbb{Z}_{21}^\times$  csoportot prímszámú ciklikus csoportok direkt szorzatára bontjuk, akkor hány tényező lesz, és ezeknek mi a rendje?

22. Adjunk meg egy nullosztót a  $\mathbb{Z}[x]/I$  faktorgyűrűben, ahol  $I = (2, x^2 - 1)$

23. Mely  $c \in \mathbb{R}$  számokra lesz  $\mathbb{R}[x]/(x^2 + c)$  test?

24. Adjunk meg egy 3 karakterisztikájú végtelen gyűrűt.

25. Adjunk példát olyan  $\alpha \in \mathbb{C}$ -re, amikor az  $\alpha$  szám  $\mathbb{Q}(\sqrt[5]{2})$  fölötti fokú nem osztója a  $\mathbb{Q}$  fölötti fokának.

26. Adjunk példát  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  egy véges, nem normális bővítésére.

27. Melyek transzcendensek az alábbi számok között? **A:**  $\sqrt{\pi} + \sqrt{7}$ , **B:**  $\sqrt[7]{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \sqrt{5}$ , **C:**  $\sum_{k=10}^{\infty} 10^{-k}$ , **D:**  $\sum_{k=10}^{\infty} 10^{-k!}$ .

28. Az  $x^3 - x - 1$  polinom irreducibilis  $\mathbb{Z}_3$  fölött, legyen  $\alpha \in \mathbb{F}_{3^3}$  az egyik gyöke. Mi lesz a másik két gyöke?

29. Hány elemű az  $x^9 - 1$  polinom felbontási teste  $\mathbb{Z}_2$  fölött?

30. Számítsuk ki az  $1 - i + 2j$  kvaternió inverzét.