

Bsc algebra3a gyakorlat

Harmadik feladatsor

- (K4.4.25)** Határozzuk meg Lagrange tételének felhasználásával S_3 , \mathbb{Z}_{12}^+ és a \mathbb{Z}_{12}^\times összes részcsoportját, valamint az A_4 alternáló csoport összes negyedrendű részcsoportját.
- (K4.4.15)** Adjuk meg az S_3 szimmetrikus csoportban a $H = \{id, (12)\}$ részcsoport szerinti bal és jobb oldali mellékosztályokat, és igazoljuk, hogy $(123)H \neq H(123)$.
- (K4.4.17)** Igazoljuk, hogy $|\mathbb{Z}^+ : n\mathbb{Z}^+| = n$ (itt $n\mathbb{Z}^+$ az n -nel osztható egészekből áll).
- (K4.5.26)** Mik az alábbi $G \leq S_X$ csoportokban a pályák és a stabilizátorok?
 - (1) X a sík pontjai, G az origót fixáló egybevágóságok csoportja.
 - (2) X a sík pontjai, G az y -tengellyel párhuzamos eltolások csoportja.
 - (3) X egy szabályos n -szög csúcsai, G a D_n diédercsoportban egy csúcs stabilizátora.
 - (4) X egy kocka csúcsai, G a kocka szimmetriacsoportjában egy csúcs stabilizátora.
 - (5) $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $G = A_4$.
- (K4.5.7)** Tekintsük a D_4 diédercsoportot, mint a sík egybevágósági transzformációinak részcsoportját. Adjuk meg a sík pontjainak pályáját és stabilizátorát.
- (K4.5.27)** Mely négyszögeknek van pontosan két szimmetriája? Melyeknek van több?
- (K4.5.11, K4.5.28)** Hány szimmetria van? Mivel izomorf a szimmetriacsoport?
 - (1) Egy olyan téglalapot, aminek mindhárom élhosszúsága különböző.
 - (2) Egy olyan négyzet alapú egyenes hasáb, ami nem kocka.
 - (3) Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb.
 - (4) Egy szabályos háromszög alapú egyenes gúla, amely nem szabályos tetraéder.
 - (5) Egy szabályos tetraéder.
 - (6) Egy szabályos oktaéder.
- (K4.5.33)** Egy gráf szimmetriáján a csúcsainak egy olyan permutációját értjük, amely élt élbe visz. Rajzoljunk olyan gráfokat, melyeknek pontosan 2, 4, 3, 1 szimmetriája van.
- (K4.5.29*)** Igazoljuk, hogy a kocka G szimmetriacsoportja tranzitív az élek halmazán, és minden él stabilizátora négyelemű, továbbá hogy G a lapok halmazán is tranzitív, és itt mindegyik stabilizátor a D_4 diédercsoporttal izomorf. Van-e G -nek 16 elemű részcsoportja?
- (K4.5.31)** Bontsunk egy négyzetet 9 egybevágó kisebb négyzetre. Hányféleképpen lehet ezek közül négyet kiszínezni (egy színnel) úgy, hogy a négyzet szimmetriáival egymásba átvihető színezéseket nem tekintjük különbözőnek?
- Egy szabályos háromszöget az oldalak harmadolópontjai segítségével kilenc egybevágó szabályos háromszögre bontunk. Hányféleképpen lehet ezek közül hármat kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), ha a forgatással vagy tükrözéssel egymásba vihető megoldásokat nem tekintjük különbözőnek?
- Hány páronként nem izomorf 3 pontú gráf van?
- (K4.5.37)** Tegyük föl, hogy $G \leq S_X$ és $x, y \in X$. Igazoljuk, hogy ha $g(x) = y$, és x stabilizátora H , akkor y stabilizátora gHg^{-1} .
- (K4.5.32*)** Legyen X legalább kételemű véges halmaz. Igazoljuk, hogy S_X minden tranzitív részcsoportjában van fixpontmentes elem. Elhagyható-e a tranzitivitás feltétele?