Bsc algebra2 normál gyakorlat

Második zárthelyi (2018. május 17.)

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Minden feladatot **külön oldalon** kezdjünk. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. A ZH alatt nem lehet kimenni a teremből. Minden lapon **OLVASHATÓ NAGYBETŰKKEL** szerepeljen a név és a NEPTUN-kód. A dolgozat jegye az összpontszám hatodrésze.

1. Tekintsük $\mathbb{C}^4$-en az

$$A \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} zu_2 \\ zu_3 \\ zu_1 \\ wu_4 \end{bmatrix}$$

transzformációt. Vizsgáljuk meg, hogy $z, w \in \mathbb{C}$ mely értékeire lesz A diagonalizálható **ortonormált** bázisban $\mathbb{C}$ fölött; unitér; illetve önadjungált. Számítsuk ki az $\langle A(v), v \rangle$ skaláris szorzatot abban az esetben, amikor $v = (1, i, -i, -i)^T$ és $z = i$, $w = 1$.

2. Határozzuk meg az $2xy + 10uv$ (négyváltozós) valós kvadratikus alak szimmetrikus mátrixát, ONB-ben vett négyzetösszeg alakját és karakterét.

3. Mi lesz az

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

mátrix minimálpolinomja és Jordan-alakja?

4. Legyen W az $x - y + z = 0$ és $3x - y - z = 0$ egyenletekkel megadott altér $\mathbb{R}^3$-ben. Adjunk meg két olyan merőleges egységvektort, amelyek merőlegesek W-re is.

5. Mely normális A transzformációkra teljesül, hogy minden v vektorra $A(v) \perp A^*(v)$? Extra 6 pontért: mi a helyzet, ha nem tesszük föl, hogy A normális?

6. Az $A \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^4)$ lineáris transzformációról tudjuk, hogy $A - 2I$ és $A - 3I$ rangja is 2. Mik a minimálpolinomjának a lehetséges értékei? Adjunk is példamátrixot minden lehetségesnek vélt minimálpolinomhoz.