Mat. I. (BSc.) **Algebra2: 2. vizsgadolgozat (normál), I. rész** *2017. jún. 13.*

NÉV: _____ ELTE AZONOSÍTÓ: _____

I. rész (30 perc). *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0. *Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább* 7 *pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.*

1. Írjuk föl $\langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ definícióját **a halmazos jelöléssel**, figyelve arra, hogy mik a futó változók, és mik nem.

2. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis a V vektortérben és $v \in V$. Definiáljuk a $[v]_{\mathbf{b}}$ koordinátavektort.

3. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy transzformáció tartja a λ skalárral szorzást.

4. Definiáljuk az $A \in \mathrm{Hom}(V)$ leképezés λ-hoz tartozó sajátaltérét **a halmazos jelöléssel.**

5. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ és $\mathbf{c} = (c_1, \ldots, c_n)$ két bázis V-ben, és $S = ((s_{ij}))$ a bázistranszformáció $[A]_{\mathbf{c}/\mathbf{c}} = S^{-1}[A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}}S$ képletében szereplő mátrix. Írjuk föl az S elemeit megadó összefüggést.

6. Definiáljuk az A lineáris leképezés rangját (ne a mátrixa segítségével!).

7. Mondjuk ki a Cayley–Hamilton-tételt az $n \times n$-es M mátrixra.

8. Mondjuk ki a főtengelytételt, figyelve arra is, hogy milyen test fölötti mátrixokról beszélünk, és hogy milyen bázisról van szó.

9. Írjuk föl euklideszi térben a Cauchy–Bunyakovszkij–Schwartz-egyenlőtlenséget. Az egyenlőség kérdésével nem kell foglalkozni.

10. Mondjuk ki azt az állítást, amely $A \in \mathrm{Hom}(V)$ esetében kapcsolatot létesít A és A^* invariáns alterei között.