*Mat. I. (BSc.)* **Algebra2: 1. vizsgadolgozat (normál), I. rész** *2017. máj. 31.*

NÉV: _____ ELTE AZONOSÍTÓ: _____

**I. rész (30 perc).** *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0. *Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább* 7 *pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.*

1. Írjuk le képlettel, mit jelent az, hogy a $\langle v_1, \dots, v_n \rangle$ generált altér a **legszűkebb** a $v_1, \dots, v_n$ vektorokat tartalmazó alterek között. A generált altér elemeit megadó képletet nem kell leírni.

2. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$ bázis a $V$ vektortérben és $v \in V$. Definiáljuk a $[v]_{\mathbf{b}}$ koordinátavektort.

3. Definiáljuk a $V$ vektortér $U$ és $W$ altereinek összegét **a halmazos jelöléssel.**

   $U + W =$

4. Mondjuk ki a lineáris leképezések előírhatósági tételét.

5. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$ és $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_n)$ két bázis $V$-ben, és $S = ((s_{ij}))$ a bázistranszformáció $[A]_{\mathbf{c}/\mathbf{c}} = S^{-1}[A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}}S$ képletében szereplő mátrix. Írjuk föl az $S$ elemeit megadó összefüggést.

6. Mit jelent az, hogy a Jordan-alak **egyértelmű?** A választ a **hasonlóság** fogalmát felhasználva adjuk meg.

7. Jellemezzük az $A \in \mathrm{Hom}(V)$ **komplex** számtest fölötti lineáris transzformáció diagonalizálhatóságát a minimálpolinomja segítségével.

8. Mikor áll az $u$ és $w$ vektorokra felírt háromszög-egyenlőtlenségben egyenlőség? (Magát az egyenlőtlenséget nem kell felírni.)

9. Mondjuk ki az adjungált transzformációt a skaláris szorzat segítségével jellemző tételt.

10. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a $W \leq V$ altér az $A \in \mathrm{Hom}(V)$ lineáris transzformációnak invariáns altere.