Algebra1, normál

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
http://ewkiss.web.elte.hu/wp/wordpress
ewwkiss@gmail.com

8. előadás

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.
Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.
Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.
Azt szeretnénk: $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.
Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.
Azt szeretnénk: $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Az interpoláció tétele

Mindig pontosan egy ilyen f polinom van a legfeljebb $n-1$-edfokú polinomok között (a nullapolinomot is ideértve).

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.
Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.
Azt szeretnénk: $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Az interpoláció tétele

Mindig pontosan egy ilyen f polinom van a legfeljebb $n-1$-edfokú polinomok között (a nullapolinomot is ideértve).

Egyértelműség (K2.4.10)

Ha f és g ilyen polinomok, akkor n helyen megegyeznek,

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.
Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.
Azt szeretnénk: $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Az interpoláció tétele

Mindig pontosan egy ilyen f polinom van a legfeljebb $n-1$-edfokú polinomok között (a nullapolinomot is ideértve).

Egyértelműség (K2.4.10)

Ha f és g ilyen polinomok, akkor n helyen megegyeznek, így a polinomok azonossági tétele miatt egyenlők. $\square$

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet:

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1$,

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0,$

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$,

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \ldots + b_n\ell_n(x)$.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \ldots + b_n\ell_n(x)$.
Például $f(a_1) = b_1\ell_1(a_1) + b_2\ell_2(a_1) + \ldots + b_n\ell_n(a_1)$

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \ldots + b_n\ell_n(x)$.
Például $f(a_1) = b_1\ell_1(a_1) + b_2\ell_2(a_1) + \ldots + b_n\ell_n(a_1) =$
$= b_1 \cdot 1 + b_2 \cdot 0 + \ldots + b_n \cdot 0$

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \ldots + b_n\ell_n(x)$.
Például $f(a_1) = b_1\ell_1(a_1) + b_2\ell_2(a_1) + \ldots + b_n\ell_n(a_1) =$
$= b_1 \cdot 1 + b_2 \cdot 0 + \ldots + b_n \cdot 0 = b_1$.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (K2.4.12)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \ldots + b_n\ell_n(x)$.
Például $f(a_1) = b_1\ell_1(a_1) + b_2\ell_2(a_1) + \ldots + b_n\ell_n(a_1) =$
$= b_1 \cdot 1 + b_2 \cdot 0 + \ldots + b_n \cdot 0 = b_1$.
Hasonlóan látható, hogy $f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$. $\square$

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1$,

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2,$

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény:

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos előlről kell kezdeni a számolást.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos előlről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos előlről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos előlről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

$$g(x) = c(x - a_1)(x - a_2)\ldots(x - a_n)$$

alakú korrekciós tagot adunk hozzá.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos előlről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

$$g(x) = c(x - a_1)(x - a_2)\ldots(x - a_n)$$

alakú korrekciós tagot adunk hozzá.
Ez nem rontja el az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken felvett értékeket.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos előlről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

$$g(x) = c(x - a_1)(x - a_2)\ldots(x - a_n)$$

alakú korrekciós tagot adunk hozzá.
Ez nem rontja el az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken felvett értékeket.
A c-t úgy választjuk, hogy az $f + g$ az a_{n+1} helyen is jó legyen. $\square$

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk Lagrange módszerével az interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos előlről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

$$g(x) = c(x - a_1)(x - a_2)\ldots(x - a_n)$$

alakú korrekciós tagot adunk hozzá.
Ez nem rontja el az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken felvett értékeket.
A c-t úgy választjuk, hogy az $f + g$ az a_{n+1} helyen is jó legyen. □

A részleteket lásd: K2.4.13. Gyakorlat.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban,

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) =$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) =$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) = a_2x^2 - a_2(b_1+b_2)x + a_2b_1b_2$.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) = a_2x^2 - a_2(b_1+b_2)x + a_2b_1b_2$.

Két polinom akkor egyenlő, ha a megfelelő együtthatóik rendre megegyeznek.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) = a_2x^2 - a_2(b_1+b_2)x + a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2) = a_1$

Két polinom akkor egyenlő, ha a megfelelő együtthatóik rendre megegyeznek.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) = a_2x^2 - a_2(b_1+b_2)x + a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2) = a_1$ és $a_2b_1b_2 = a_0$.

Két polinom akkor egyenlő, ha a megfelelő együtthatóik rendre megegyeznek.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója.
Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) = a_2x^2 - a_2(b_1+b_2)x + a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2) = a_1$ és $a_2b_1b_2 = a_0$.
Innen $b_1 + b_2 = -a_1/a_2$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója.
Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) = a_2x^2 - a_2(b_1+b_2)x + a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2) = a_1$ és $a_2b_1b_2 = a_0$.
Innen $b_1 + b_2 = -a_1/a_2$ és $b_1b_2 = a_0/a_2$.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye (K2.5.1)

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol $c \neq 0$ az f főegyütthatója.
Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Beszorzás másodfokú polinomokra

Legyen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) = a_2x^2 - a_2(b_1+b_2)x + a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2) = a_1$ és $a_2b_1b_2 = a_0$.
Innen $b_1+b_2 = -a_1/a_2$ és $b_1b_2 = a_0/a_2$.
Ez a gyökök és együtthatók összefüggése, ha $n=2$. $\square$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

A harmadfokú polinomok esete

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3).$$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk,

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.

x^3

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:

x^3

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2$

x^3

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2$

x^3

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.

x^3

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.

$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et:

$$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: b_1b_2x

$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x$

$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.

$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.

$$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x$$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki:
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$.

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$. Így

$$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3\,,$$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$. Így

$$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3\,,$$

$$b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3 = a_1/a_3\,,$$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$. Így

$$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3\,,$$

$$b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3 = a_1/a_3\,,$$

$$b_1b_2b_3 = -a_0/a_3\,.$$

A harmadfokú polinomok esete

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et: $b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$. Így

$$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3\,,$$

$$b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3 = a_1/a_3\,,$$

$$b_1b_2b_3 = -a_0/a_3\,.$$

Ez a gyökök és együtthatók összefüggése, ha $n = 3$. □

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer,

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$.

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 =$

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3$

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.
$b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3 = a_1/a_3$

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.
$b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3 = a_1/a_3 = 3/5$.

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, b_1b_2, b_1b_3, b_2b_3 mind kétszer keletkezik.
Például b_2b_3 úgy is, mint b_3b_2. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.
$b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3 = a_1/a_3 = 3/5$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2$

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, b_1b_2, b_1b_3, b_2b_3 mind kétszer keletkezik.
Például b_2b_3 úgy is, mint b_3b_2. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.
$b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3 = a_1/a_3 = 3/5$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (2/5)^2 - 2(3/5)$

A négyzetösszeg

Feladat (K2.5.13)

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, b_1b_2, b_1b_3, b_2b_3 mind kétszer keletkezik.
Például b_2b_3 úgy is, mint b_3b_2. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.
$b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3 = a_1/a_3 = 3/5$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (2/5)^2 - 2(3/5) = -26/25$. □

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x - b_1) \dots (x - b_n) = x^n$

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x - b_1) \dots (x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1}$

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x - b_1) \dots (x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1}$

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x - b_1) \dots (x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2}$

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x - b_1) \dots (x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2}$

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x - b_1)\dots(x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x - b_1)\dots(x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x - b_1)\dots(x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon,

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk,

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
x^{n-k}-s tag úgy keletkezik, hogy $n-k$ zárójelből x-et,

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
x^{n-k}-s tag úgy keletkezik, hogy $n-k$ zárójelből x-et, a többi k zárójelből valamelyik $-b_j$-t vesszük ki.

Az általános eset

Állítás (K2.5.8)

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
x^{n-k}-s tag úgy keletkezik, hogy $n-k$ zárójelből x-et, a többi k zárójelből valamelyik $-b_j$-t vesszük ki.
Ezért x^{n-k} együtthatója $(-1)^k \sigma_k$ lesz. □

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$:

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül,

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk. (Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (K2.5.9)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_nx^n = a_n(x - b_1)\ldots(x - b_n)$.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (K2.5.9)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_nx^n = a_n(x - b_1)\ldots(x - b_n)$.
Ekkor $0 \leq k \leq n$ esetén $a_k = a_n(-1)^{n-k}\sigma_{n-k}(b_1, \ldots, b_n)$,

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (K2.5.9)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_nx^n = a_n(x - b_1)\ldots(x - b_n)$.
Ekkor $0 \leq k \leq n$ esetén $a_k = a_n(-1)^{n-k}\sigma_{n-k}(b_1, \ldots, b_n)$,

Az $(x - b_1)\ldots(x - b_n)$ beszorzott alakjából következik.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (K2.5.9)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n = a_n(x - b_1)\ldots(x - b_n)$.
Ekkor $0 \leq k \leq n$ esetén $a_k = a_n(-1)^{n-k}\sigma_{n-k}(b_1, \ldots, b_n)$, így

$$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n) = (-1)^k a_{n-k}/a_n\,.$$

Az $(x - b_1)\ldots(x - b_n)$ beszorzott alakjából következik.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, ezt az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (K2.5.9)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n = a_n(x - b_1)\ldots(x - b_n)$.
Ekkor $0 \leq k \leq n$ esetén $a_k = a_n(-1)^{n-k}\sigma_{n-k}(b_1, \ldots, b_n)$, így

$$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n) = (-1)^k a_{n-k}/a_n\,.$$

Ez a gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák). □

Az $(x - b_1)\ldots(x - b_n)$ beszorzott alakjából következik.

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$,

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$,

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.
De $x^n - 1$ foka n,

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.
De $x^n - 1$ foka n, és így legfeljebb n gyöke lehet.

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.
De $x^n - 1$ foka n, és így legfeljebb n gyöke lehet.
Az $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ páronként különböző,

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.
De $x^n - 1$ foka n, és így legfeljebb n gyöke lehet.
Az $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ páronként különböző, így ez az összes gyök.

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.
De $x^n - 1$ foka n, és így legfeljebb n gyöke lehet.
Az $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ páronként különböző, így ez az összes gyök.
Az $x^n - 1$ főegyütthatója 1,

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.
De $x^n - 1$ foka n, és így legfeljebb n gyöke lehet.
Az $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ páronként különböző, így ez az összes gyök.
Az $x^n - 1$ főegyütthatója 1, ezért $c = 1$-gyel kell szorozni. $\square$

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.
De $x^n - 1$ foka n, és így legfeljebb n gyöke lehet.
Az $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ páronként különböző, így ez az összes gyök.
Az $x^n - 1$ főegyütthatója 1, ezért $c = 1$-gyel kell szorozni. □

Következmény

Az n-edik egységgyökök összege nulla, ha $n > 1$,

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.
De $x^n - 1$ foka n, és így legfeljebb n gyöke lehet.
Az $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ páronként különböző, így ez az összes gyök.
Az $x^n - 1$ főegyütthatója 1, ezért $c = 1$-gyel kell szorozni. □

Következmény

Az n-edik egységgyökök összege nulla, ha $n > 1$,

$b_1 + \dots + b_n = \sigma_1(b_1, \dots, b_n) = (-1)^1 a_{n-1}/a_n$.

Alkalmazás: az egységgyökök összege

Állítás (K2.5.15)

$x^n - 1 = (x - \varepsilon_1)(x - \varepsilon_2)\dots(x - \varepsilon_n)$, ahol
$\varepsilon_k = \cos(2k\pi/n) + i\sin(2k\pi/n)$ az n-edik egységgyökök.

Valóban, mivel $\varepsilon_k^n = 1$, ezért mindegyik ε_k gyöke $x^n - 1$-nek.
Ezért mindegyik $x - \varepsilon_k$ szerepel $x^n - 1$ gyöktényezős alakjában.
De $x^n - 1$ foka n, és így legfeljebb n gyöke lehet.
Az $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ páronként különböző, így ez az összes gyök.
Az $x^n - 1$ főegyütthatója 1, ezért $c = 1$-gyel kell szorozni. □

Következmény

Az n-edik egységgyökök összege nulla, ha $n > 1$,
mert ekkor $x^n - 1$-ben x^{n-1} együtthatója $a_{n-1} = 0$. □

$b_1 + \dots + b_n = \sigma_1(b_1, \dots, b_n) = (-1)^1 a_{n-1}/a_n$.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból,

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás,

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.
Az eredmény: $2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.
Az eredmény: $2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$.

Definíció-kísérlet

$\sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$,

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.
Az eredmény: $2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$.

Definíció-kísérlet

$\sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$, ahol $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} \in \mathbb{C}$.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.
Az eredmény: $2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$.

Definíció-kísérlet

$\sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$, ahol $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} \in \mathbb{C}$.

Kényelmesebb a következő:

A többhatározatlanú polinom definíciója

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint:

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint:
$(2i)x_2^2$

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint:
$(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2$

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint:
$(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).
Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).
Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.
Példák: $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{C}[y_1, y_2]$,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).
Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.
Példák: $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{C}[y_1, y_2]$, sőt, $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{Z}[y_1, y_2]$,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).
Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.
Példák: $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{C}[y_1, y_2]$, sőt, $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{Z}[y_1, y_2]$, mert minden együttható egész.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció (K2.6.1)

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).
Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.
Példák: $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{C}[y_1, y_2]$, sőt, $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{Z}[y_1, y_2]$, mert minden együttható egész. Ugyanígy $z_1 - \pi z_2^2 z_3 \in \mathbb{R}[z_1, z_2, z_3]$.

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét,

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \,.$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m .$$

E polinomok összege

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m .$$

E polinomok összege

$$(f + g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1) x_n + \ldots + (a_m + b_m) x_n^m$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \,.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1) x_n + \ldots + (a_m + b_m) x_n^m$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \,.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f+g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x_n + \ldots + (a_m + b_m)x_n^m$$
$$(f-g) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x_n + \ldots + (a_m - b_m)x_n^m \,.$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \,.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f+g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x_n + \ldots + (a_m + b_m)x_n^m$$
$$(f-g) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x_n + \ldots + (a_m - b_m)x_n^m \,.$$

Szorzás:

$$(a_0 + a_1 x_n + \ldots + a_m x_n^m)$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \,.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f+g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x_n + \ldots + (a_m + b_m)x_n^m$$
$$(f-g) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x_n + \ldots + (a_m - b_m)x_n^m \,.$$

Szorzás:

$(a_0 + a_1 x_n + \ldots + a_m x_n^m)\ (b_0 + b_1 x_n + \ldots + b_\ell x_n^\ell)$-ben

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \,.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f+g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x_n + \ldots + (a_m + b_m)x_n^m$$
$$(f-g) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x_n + \ldots + (a_m - b_m)x_n^m \,.$$

Szorzás:

$(a_0 + a_1 x_n + \ldots + a_m x_n^m)\,(b_0 + b_1 x_n + \ldots + b_\ell x_n^\ell)$-ben x_n^k együtthatója legyen $c_k = a_0 b_k + a_1 b_{k-1} + \ldots + a_k b_0$.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás)

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m$,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.
$fg = a_m b_\ell x_n^{m+\ell} + \ldots$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.
$fg = a_m b_\ell x_n^{m+\ell} + \ldots$ (ahogy az egyváltozós esetben).

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.
$fg = a_m b_\ell x_n^{m+\ell} + \ldots$ (ahogy az egyváltozós esetben).
Az indukciós feltevés miatt $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ nullosztómentes,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.
$fg = a_m b_\ell x_n^{m+\ell} + \ldots$ (ahogy az egyváltozós esetben).
Az indukciós feltevés miatt $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ nullosztómentes, ezért $a_m b_\ell \neq 0$,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel (K2.6.2)

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_m \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.
$fg = a_m b_\ell x_n^{m+\ell} + \ldots$ (ahogy az egyváltozós esetben).
Az indukciós feltevés miatt $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ nullosztómentes, ezért $a_m b_\ell \neq 0$, így $fg \neq 0$. $\square$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \ldots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) =$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 =$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$,

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) =$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 =$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ foka 4:
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ foka 4:
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Fontos: Az x_2 polinomjaként írva

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ foka 4:
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Fontos: Az x_2 polinomjaként írva

$$f(x_1, x_2) = (2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 + (-x_1^4).$$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ foka 4:
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Fontos: Az x_2 polinomjaként írva

$$f(x_1, x_2) = (2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 + (-x_1^4).$$

Ennek foka 2 és nem $\mathrm{gr}(f) = 4$.

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú,

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Minden polinom egyértelműen előáll homogén polinomok összegeként:

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Minden polinom egyértelműen előáll homogén polinomok összegeként: $f = f_0 + f_1 + \ldots + f_n$, ahol $n = \mathrm{gr}(f)$.

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Minden polinom egyértelműen előáll homogén polinomok összegeként: $f = f_0 + f_1 + \ldots + f_n$, ahol $n = \mathrm{gr}(f)$.
Az f_j az f polinom j-edfokú tagjaiból áll.

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Minden polinom egyértelműen előáll homogén polinomok összegeként: $f = f_0 + f_1 + \ldots + f_n$, ahol $n = \mathrm{gr}(f)$.
Az f_j az f polinom j-edfokú tagjaiból áll.

Következmény (K2.6.3)

Szorzásnál a fokok összeadódnak:

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Minden polinom egyértelműen előáll homogén polinomok összegeként: $f = f_0 + f_1 + \ldots + f_n$, ahol $n = \mathrm{gr}(f)$.
Az f_j az f polinom j-edfokú tagjaiból áll.

Következmény (K2.6.3)

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$. $\square$

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Minden polinom egyértelműen előáll homogén polinomok összegeként: $f = f_0 + f_1 + \ldots + f_n$, ahol $n = \mathrm{gr}(f)$.
Az f_j az f polinom j-edfokú tagjaiból áll.

Következmény (K2.6.3)

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$. □

Házi feladat (K2.6.2.)

Egy $f \in \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomnak pontosan akkor van reciproka a $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomjai között,

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Minden polinom egyértelműen előáll homogén polinomok összegeként: $f = f_0 + f_1 + \ldots + f_n$, ahol $n = \mathrm{gr}(f)$.
Az f_j az f polinom j-edfokú tagjaiból áll.

Következmény (K2.6.3)

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$. □

Házi feladat (K2.6.2.)

Egy $f \in \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomnak pontosan akkor van reciproka a $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomjai között, ha nem nulla konstans

Szorzat foka

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Minden polinom egyértelműen előáll homogén polinomok összegeként: $f = f_0 + f_1 + \ldots + f_n$, ahol $n = \mathrm{gr}(f)$.
Az f_j az f polinom j-edfokú tagjaiból áll.

Következmény (K2.6.3)

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$. □

Házi feladat (K2.6.2.)

Egy $f \in \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomnak pontosan akkor van reciproka a $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomjai között, ha nem nulla konstans (azaz foka nulla).

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent.

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$,

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q =$

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.
Ha ez nulla, akkor $x = \pm\sqrt{p^2/4 - q}$,

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.
Ha ez nulla, akkor $x = \pm\sqrt{p^2/4 - q}$, azaz
$y = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 - q}$

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.
Ha ez nulla, akkor $x = \pm\sqrt{p^2/4 - q}$, azaz
$y = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 - q}$ a másodfokú egyenlet megoldóképlete.

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.
Ha ez nulla, akkor $x = \pm\sqrt{p^2/4 - q}$, azaz
$y = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 - q}$ a másodfokú egyenlet megoldóképlete.

Tanulságok

(1) Az $y \mapsto y - p/2$ helyettesítés eltünteti az elsőfokú tagot.

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.
Ha ez nulla, akkor $x = \pm\sqrt{p^2/4 - q}$, azaz
$y = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 - q}$ a másodfokú egyenlet megoldóképlete.

Tanulságok

(1) Az $y \mapsto y - p/2$ helyettesítés eltünteti az elsőfokú tagot.

(2) Ezzel a problémát négyzetgyökvonásra vezettük vissza.

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.
Ha ez nulla, akkor $x = \pm\sqrt{p^2/4 - q}$, azaz
$y = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 - q}$ a másodfokú egyenlet megoldóképlete.

Tanulságok

(1) Az $y \mapsto y - p/2$ helyettesítés eltünteti az elsőfokú tagot.

(2) Ezzel a problémát négyzetgyökvonásra vezettük vissza.

(3) Ha $p^2/4 - q \neq 0$, akkor két megoldás van,

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.
Ha ez nulla, akkor $x = \pm\sqrt{p^2/4 - q}$, azaz
$y = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 - q}$ a másodfokú egyenlet megoldóképlete.

Tanulságok

(1) Az $y \mapsto y - p/2$ helyettesítés eltünteti az elsőfokú tagot.

(2) Ezzel a problémát négyzetgyökvonásra vezettük vissza.

(3) Ha $p^2/4 - q \neq 0$, akkor két megoldás van, mert minden nem nulla komplex számnak két négyzetgyöke van.

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.
Ha ez nulla, akkor $x = \pm\sqrt{p^2/4 - q}$, azaz
$y = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 - q}$ a másodfokú egyenlet megoldóképlete.

Tanulságok

(1) Az $y \mapsto y - p/2$ helyettesítés eltünteti az elsőfokú tagot.

(2) Ezzel a problémát négyzetgyökvonásra vezettük vissza.

(3) Ha $p^2/4 - q \neq 0$, akkor két megoldás van, mert minden nem nulla komplex számnak két négyzetgyöke van.

(4) Ha $p^2/4 - q = 0$, akkor egy megoldás van,

A másodfokú egyenlet

Az $y^2 + py + q = 0$ egyenletben vezessük be az $x = y + p/2$ új ismeretlent. Ekkor $y = x - p/2$, ahonnan
$y^2 + py + q = (x - p/2)^2 + p(x - p/2) + q = x^2 + (q - p^2/4)$.
Ha ez nulla, akkor $x = \pm\sqrt{p^2/4 - q}$, azaz
$y = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 - q}$ a másodfokú egyenlet megoldóképlete.

Tanulságok

(1) Az $y \mapsto y - p/2$ helyettesítés eltünteti az elsőfokú tagot.

(2) Ezzel a problémát négyzetgyökvonásra vezettük vissza.

(3) Ha $p^2/4 - q \neq 0$, akkor két megoldás van, mert minden nem nulla komplex számnak két négyzetgyöke van.

(4) Ha $p^2/4 - q = 0$, akkor egy megoldás van, amely az $y^2 + py + q$ polinomnak kétszeres gyöke.

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_3 \neq 0$, akkor ez az általános harmadfokú egyenlet.

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_3 \neq 0$, akkor ez az általános harmadfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_3-mal elosztva feltehető, hogy $a_3 = 1$.

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_3 \neq 0$, akkor ez az általános harmadfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_3-mal elosztva feltehető, hogy $a_3 = 1$.
Ezután végezzük el az $y = x - a_2/3$ helyettesítést.

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_3 \neq 0$, akkor ez az általános harmadfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_3-mal elosztva feltehető, hogy $a_3 = 1$.
Ezután végezzük el az $y = x - a_2/3$ helyettesítést.
Kiesik az x^2-es tag,

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_3 \neq 0$, akkor ez az általános harmadfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_3-mal elosztva feltehető, hogy $a_3 = 1$.
Ezután végezzük el az $y = x - a_2/3$ helyettesítést.
Kiesik az x^2-es tag, és az egyenlet a következő alakú lesz:

$$x^3 + px + q = 0.$$

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_3 \neq 0$, akkor ez az általános harmadfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_3-mal elosztva feltehető, hogy $a_3 = 1$.
Ezután végezzük el az $y = x - a_2/3$ helyettesítést.
Kiesik az x^2-es tag, és az egyenlet a következő alakú lesz:

$$x^3 + px + q = 0.$$

Ha ezt sikerülne megoldani, akkor az eredetit is.

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_3 \neq 0$, akkor ez az általános harmadfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_3-mal elosztva feltehető, hogy $a_3 = 1$.
Ezután végezzük el az $y = x - a_2/3$ helyettesítést.
Kiesik az x^2-es tag, és az egyenlet a következő alakú lesz:

$$x^3 + px + q = 0.$$

Ha ezt sikerülne megoldani, akkor az eredetit is.

A másodfokú egyenlet megoldását (geometriai módszerekkel) már az ókori görögök is ismerték.

A harmadfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_3y^3 + a_2y^2 + a_1y + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_3 \neq 0$, akkor ez az általános harmadfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_3-mal elosztva feltehető, hogy $a_3 = 1$.
Ezután végezzük el az $y = x - a_2/3$ helyettesítést.
Kiesik az x^2-es tag, és az egyenlet a következő alakú lesz:

$$x^3 + px + q = 0.$$

Ha ezt sikerülne megoldani, akkor az eredetit is.

A másodfokú egyenlet megoldását (geometriai módszerekkel) már az ókori görögök is ismerték. A most következő ötletet Scipione del Ferro és Niccolo Tartaglia fedezte fel, 1530 körül.

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve,

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve,

$$(u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) = 0$$

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve, és $x = u + v$-t helyettesítve:

$$\begin{aligned} (u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad - \quad 3uvx \quad - (u^3+v^3) &= 0 \end{aligned}$$

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve, és $x = u + v$-t helyettesítve:

$$\begin{aligned} (u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad - \quad 3uvx \quad - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad + \quad px \quad + \quad q &= 0 \end{aligned}$$

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.

Átrendezve, és $x = u + v$-t helyettesítve:

$$\begin{aligned} (u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad - \quad 3uvx \quad - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad + \quad px \quad + \quad q &= 0 \end{aligned}$$

Vagyis HA $-3uv = p$

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve, és $x = u + v$-t helyettesítve:

$$\begin{aligned} (u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad - \quad 3uvx \quad - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad + \quad px \quad + \quad q &= 0 \end{aligned}$$

Vagyis HA $-3uv = p$ és $-(u^3+v^3) = q$,

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve, és $x = u + v$-t helyettesítve:

$$\begin{aligned} (u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad - \quad 3uvx \quad - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad + \quad px \quad + \quad q &= 0 \end{aligned}$$

Vagyis HA $-3uv = p$ és $-(u^3+v^3) = q$,
AKKOR $x = u + v$ megoldása a harmadfokú egyenletnek.

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve, és $x = u + v$-t helyettesítve:

$$\begin{aligned} (u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad - \quad 3uvx \quad - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad + \quad px \quad + \quad q &= 0 \end{aligned}$$

Vagyis HA $-3uv = p$ és $-(u^3+v^3) = q$,
AKKOR $x = u + v$ megoldása a harmadfokú egyenletnek.
Innen $u^3v^3 = (-p/3)^3$,

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve, és $x = u + v$-t helyettesítve:

$$\begin{aligned} (u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad - \quad 3uvx \quad - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad + \quad px \quad + \quad q &= 0 \end{aligned}$$

Vagyis HA $-3uv = p$ és $-(u^3+v^3) = q$,
AKKOR $x = u + v$ megoldása a harmadfokú egyenletnek.
Innen $u^3v^3 = (-p/3)^3$, és $u^3 + v^3 = -q$.

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve, és $x = u + v$-t helyettesítve:

$$\begin{aligned} (u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad - \quad 3uvx \quad - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad + \quad px \quad + \quad q &= 0 \end{aligned}$$

Vagyis HA $-3uv = p$ és $-(u^3+v^3) = q$,
AKKOR $x = u + v$ megoldása a harmadfokú egyenletnek.
Innen $u^3v^3 = (-p/3)^3$, és $u^3 + v^3 = -q$. Ezért u^3 és v^3 gyökei a $z^2 + qz - (p/3)^3 = 0$ másodfokú egyenletnek.

A megoldás ötlete

Ötlet (K, 1.2. Szakasz)

$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$.
Átrendezve, és $x = u + v$-t helyettesítve:

$$\begin{aligned} (u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad - \quad 3uvx \quad - (u^3+v^3) &= 0 \\ x^3 \quad + \quad px \quad + \quad q &= 0 \end{aligned}$$

Vagyis HA $-3uv = p$ és $-(u^3+v^3) = q$,
AKKOR $x = u + v$ megoldása a harmadfokú egyenletnek.
Innen $u^3v^3 = (-p/3)^3$, és $u^3 + v^3 = -q$. Ezért u^3 és v^3 gyökei a $z^2 + qz - (p/3)^3 = 0$ másodfokú egyenletnek. Így

$$x = u+v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Cardano képlete

Az $f(x) = x^3 + px + q$ gyökei Cardano képletéből kaphatók:

$$x = u + v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Cardano képlete

Az $f(x) = x^3 + px + q$ gyökei Cardano képletéből kaphatók:

$$x = u + v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Tartaglia fedezte föl,

Cardano képlete

Az $f(x) = x^3 + px + q$ gyökei Cardano képletéből kaphatók:

$$x = u + v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Tartaglia fedezte föl, Cardano publikálta (*Ars Magna*, 1545).

Cardano képlete

Az $f(x) = x^3 + px + q$ gyökei Cardano képletéből kaphatók:

$$x = u + v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Tartaglia fedezte föl, Cardano publikálta (*Ars Magna*, 1545).

Tétel (K3.8.1, 3.8.2)

(1) Ha az itt szereplő u és v köbgyököket úgy választjuk, hogy szorzatuk $-p/3$ legyen, akkor f gyökét kapjuk.

Cardano képlete

Az $f(x) = x^3 + px + q$ gyökei Cardano képletéből kaphatók:

$$x = u+v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Tartaglia fedezte föl, Cardano publikálta (*Ars Magna*, 1545).

Tétel (K3.8.1, 3.8.2)

(1) Ha az itt szereplő u és v köbgyököket úgy választjuk, hogy szorzatuk $-p/3$ legyen, akkor f gyökét kapjuk.

(2) Az f mindegyik gyöke megkapható ezen a módon.

Cardano képlete

Az $f(x) = x^3 + px + q$ gyökei Cardano képletéből kaphatók:

$$x = u + v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Tartaglia fedezte föl, Cardano publikálta (*Ars Magna*, 1545).

Tétel (K3.8.1, 3.8.2)

(1) Ha az itt szereplő u és v köbgyököket úgy választjuk, hogy szorzatuk $-p/3$ legyen, akkor f gyökét kapjuk.

(2) Az f mindegyik gyöke megkapható ezen a módon.

(3) Az f-nek pontosan akkor van többszörös gyöke, ha a négyzetgyök alatt álló $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$ kifejezés nulla.

Cardano képlete

Az $f(x) = x^3 + px + q$ gyökei Cardano képletéből kaphatók:

$$x = u+v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Tartaglia fedezte föl, Cardano publikálta (*Ars Magna*, 1545).

Tétel (K3.8.1, 3.8.2)

(1) Ha az itt szereplő u és v köbgyököket úgy választjuk, hogy szorzatuk $-p/3$ legyen, akkor f gyökét kapjuk.

(2) Az f mindegyik gyöke megkapható ezen a módon.

(3) Az f-nek pontosan akkor van többszörös gyöke, ha a négyzetgyök alatt álló $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$ kifejezés nulla.

Bizonyítás: K, 3.8. Szakasz.

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$.

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$,

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$,

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 = -5/2 - i\sqrt{3}/2$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 = -5/2 - i\sqrt{3}/2$
$u_3 = u_1\varepsilon^2 =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 = -5/2 - i\sqrt{3}/2$
$u_3 = u_1\varepsilon^2 = 1/2 - i3\sqrt{3}/2$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 = -5/2 - i\sqrt{3}/2$
$u_3 = u_1\varepsilon^2 = 1/2 - i3\sqrt{3}/2$ és $v_3 = (-p/3)/u_3 =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 = -5/2 - i\sqrt{3}/2$
$u_3 = u_1\varepsilon^2 = 1/2 - i3\sqrt{3}/2$ és $v_3 = (-p/3)/u_3 = 1/2 + i3\sqrt{3}/2$.

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 = -5/2 - i\sqrt{3}/2$
$u_3 = u_1\varepsilon^2 = 1/2 - i3\sqrt{3}/2$ és $v_3 = (-p/3)/u_3 = 1/2 + i3\sqrt{3}/2$.
Innen $x_2 = u_2 + v_2 = -5$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 = -5/2 - i\sqrt{3}/2$
$u_3 = u_1\varepsilon^2 = 1/2 - i3\sqrt{3}/2$ és $v_3 = (-p/3)/u_3 = 1/2 + i3\sqrt{3}/2$.
Innen $x_2 = u_2 + v_2 = -5$ és $x_3 = u_3 + v_3 = 1$.

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 = -5/2 - i\sqrt{3}/2$
$u_3 = u_1\varepsilon^2 = 1/2 - i3\sqrt{3}/2$ és $v_3 = (-p/3)/u_3 = 1/2 + i3\sqrt{3}/2$.
Innen $x_2 = u_2 + v_2 = -5$ és $x_3 = u_3 + v_3 = 1$.
Ellenőrzés: $(x - 1)(x - 4)(x + 5) =$

Példa a képlet használatára

Példa

Legyen $f(x) = x^3 - 21x + 20$. Ekkor a Cardano-képletből

$$x = \sqrt[3]{-10 + \sqrt{-243}} + \sqrt[3]{-10 - \sqrt{-243}}\,.$$

Könnyen ellenőrizhető: $(2 + i\sqrt{3})^3 = -10 + i\sqrt{243}$.
Ha $u = 2 + i\sqrt{3}$, akkor $v = (-p/3)/u = 7/(2 + i\sqrt{3}) = 2 - i\sqrt{3}$.
Ezért $x = u + v = (2 + i\sqrt{3}) + (2 - i\sqrt{3}) = 4$ az egyik gyök.
Az f másik két gyökét a $-10 + i\sqrt{243}$ másik két köbgyöke adja.
Ezek $u = 2 + i\sqrt{3}$ harmadik egységgyökökszörösei.
Ha $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, akkor
$u_2 = u_1\varepsilon = -5/2 + i\sqrt{3}/2$ és $v_2 = (-p/3)/u_2 = -5/2 - i\sqrt{3}/2$
$u_3 = u_1\varepsilon^2 = 1/2 - i3\sqrt{3}/2$ és $v_3 = (-p/3)/u_3 = 1/2 + i3\sqrt{3}/2$.
Innen $x_2 = u_2 + v_2 = -5$ és $x_3 = u_3 + v_3 = 1$.
Ellenőrzés: $(x - 1)(x - 4)(x + 5) = x^3 - 21x + 20$.

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós,

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis.

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Tétel (K3.8.2)

$f(x) = x^3 + px + q$,

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Tétel (K3.8.2)

$f(x) = x^3 + px + q$, ahol p, q valósak,

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Tétel (K3.8.2)

$f(x) = x^3 + px + q$, ahol p, q valósak, és $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$.

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Tétel (K3.8.2)

$f(x) = x^3 + px + q$, ahol p, q valósak, és $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$.

(1) Ha $D < 0$: három különböző gyök van, mind valós.

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Tétel (K3.8.2)

$f(x) = x^3 + px + q$, ahol p, q valósak, és $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$.

(1) Ha $D < 0$: három különböző gyök van, mind valós.

(2) Ha $D = 0$: minden gyök valós, az egyik legalább kétszeres.

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Tétel (K3.8.2)

$f(x) = x^3 + px + q$, ahol p, q valósak, és $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$.

(1) Ha $D < 0$: három különböző gyök van, mind valós.

(2) Ha $D = 0$: minden gyök valós, az egyik legalább kétszeres.

(3) Ha $D > 0$: három különböző gyök van, az egyik valós, a másik kettő nem valós,

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Tétel (K3.8.2)

$f(x) = x^3 + px + q$, ahol p, q valósak, és $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$.

(1) Ha $D < 0$: három különböző gyök van, mind valós.

(2) Ha $D = 0$: minden gyök valós, az egyik legalább kétszeres.

(3) Ha $D > 0$: három különböző gyök van, az egyik valós, a másik kettő nem valós, és egymás konjugáltjai.

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Tétel (K3.8.2)

$f(x) = x^3 + px + q$, ahol p, q valósak, és $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$.

(1) Ha $D < 0$: három különböző gyök van, mind valós.

(2) Ha $D = 0$: minden gyök valós, az egyik legalább kétszeres.

(3) Ha $D > 0$: három különböző gyök van, az egyik valós, a másik kettő nem valós, és egymás konjugáltjai.

Az (1) esetben semmilyen más, valósban maradó „gyökképlet" sem adhatja egyik gyököt sem!

Casus irreducibilis

Az $x^3 - 21x + 20$ mindhárom gyöke valós, mégis a Cardano-képletben negatív számból kellett négyzetgyököt vonni.
Aki nem ismeri a komplex számokat, nem tudja megtenni.
Ez a Casus Irreducibilis. Így fedezték fel a komplex számokat.

Tétel (K3.8.2)

$f(x) = x^3 + px + q$, ahol p, q valósak, és $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$.

(1) Ha $D < 0$: három különböző gyök van, mind valós.

(2) Ha $D = 0$: minden gyök valós, az egyik legalább kétszeres.

(3) Ha $D > 0$: három különböző gyök van, az egyik valós, a másik kettő nem valós, és egymás konjugáltjai.

Az (1) esetben semmilyen más, valósban maradó „gyökképlet" sem adhatja egyik gyököt sem! (A Casus Irreducibilis Tétele, K6.10.2).

A negyedfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).

A negyedfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_4 \neq 0$, akkor ez az általános negyedfokú egyenlet.

A negyedfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_4 \neq 0$, akkor ez az általános negyedfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_4-gyel elosztva feltehető, hogy $a_4 = 1$.

A negyedfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_4 \neq 0$, akkor ez az általános negyedfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_4-gyel elosztva feltehető, hogy $a_4 = 1$.
Az $x \mapsto x - a_3/4$ helyettesítéssel kiesik az x^3-ös tag.

A negyedfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_4 \neq 0$, akkor ez az általános negyedfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_4-gyel elosztva feltehető, hogy $a_4 = 1$.
Az $x \mapsto x - a_3/4$ helyettesítéssel kiesik az x^3-ös tag.

Ötlet (K3.8.4, K3.8.5)

Egy harmadfokú egyenlet megoldásával a fenti polinom két másodfokú polinom szorzatára bontható.

A negyedfokú egyenlet

Határozzuk meg az $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ egyenlet összes megoldását $\mathbb{C}$-ben ($a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$).
Ha $a_4 \neq 0$, akkor ez az általános negyedfokú egyenlet.

A kézenfekvő redukciós lépések

Az egyenletet a_4-gyel elosztva feltehető, hogy $a_4 = 1$.
Az $x \mapsto x - a_3/4$ helyettesítéssel kiesik az x^3-ös tag.

Ötlet (K3.8.4, K3.8.5)

Egy harmadfokú egyenlet megoldásával a fenti polinom két másodfokú polinom szorzatára bontható.
Ezért az összes gyök megkapható az együtthatókból a négy alapművelet és gyökvonás segítségével.

A legalább ötödfokú egyenletek

Abel–Ruffini-tétel (K6.9.7)

Ha $n \geq 5$, akkor az általános n-edfokú egyenletre nem létezik olyan képlet, amely a négy alapművelet és gyökvonások segítségével megadja a megoldásokat.

A legalább ötödfokú egyenletek

Abel–Ruffini-tétel (K6.9.7)

Ha $n \geq 5$, akkor az általános n-edfokú egyenletre nem létezik olyan képlet, amely a négy alapművelet és gyökvonások segítségével megadja a megoldásokat.

Tétel (lásd K, 6.9. Szakasz)

Konkrétan az $x^5 - 4x + 2$ polinom egyik gyöke sem írható föl ilyen gyökképlet segítségével.

A legalább ötödfokú egyenletek

Abel–Ruffini-tétel (K6.9.7)

Ha $n \geq 5$, akkor az általános n-edfokú egyenletre nem létezik olyan képlet, amely a négy alapművelet és gyökvonások segítségével megadja a megoldásokat.

Tétel (lásd K, 6.9. Szakasz)

Konkrétan az $x^5 - 4x + 2$ polinom egyik gyöke sem írható föl ilyen gyökképlet segítségével.

A bizonyítások a Galois-elmélet eredményei.

A legalább ötödfokú egyenletek

Abel–Ruffini-tétel (K6.9.7)

Ha $n \geq 5$, akkor az általános n-edfokú egyenletre nem létezik olyan képlet, amely a négy alapművelet és gyökvonások segítségével megadja a megoldásokat.

Tétel (lásd K, 6.9. Szakasz)

Konkrétan az $x^5 - 4x + 2$ polinom egyik gyöke sem írható föl ilyen gyökképlet segítségével.

A bizonyítások a Galois-elmélet eredményei.
Felfedezők: Niels Henrik Abel,

A legalább ötödfokú egyenletek

Abel–Ruffini-tétel (K6.9.7)

Ha $n \geq 5$, akkor az általános n-edfokú egyenletre nem létezik olyan képlet, amely a négy alapművelet és gyökvonások segítségével megadja a megoldásokat.

Tétel (lásd K, 6.9. Szakasz)

Konkrétan az $x^5 - 4x + 2$ polinom egyik gyöke sem írható föl ilyen gyökképlet segítségével.

A bizonyítások a Galois-elmélet eredményei.
Felfedezők: Niels Henrik Abel, Evariste Galois (1830 körül).

A legalább ötödfokú egyenletek

Abel–Ruffini-tétel (K6.9.7)

Ha $n \geq 5$, akkor az általános n-edfokú egyenletre nem létezik olyan képlet, amely a négy alapművelet és gyökvonások segítségével megadja a megoldásokat.

Tétel (lásd K, 6.9. Szakasz)

Konkrétan az $x^5 - 4x + 2$ polinom egyik gyöke sem írható föl ilyen gyökképlet segítségével.

A bizonyítások a Galois-elmélet eredményei.
Felfedezők: Niels Henrik Abel, Evariste Galois (1830 körül).
Ezt az Algebra3-4 tárgyban tanuljuk majd (K, 6. Fejezet).

A legalább ötödfokú egyenletek

Abel–Ruffini-tétel (K6.9.7)

Ha $n \geq 5$, akkor az általános n-edfokú egyenletre nem létezik olyan képlet, amely a négy alapművelet és gyökvonások segítségével megadja a megoldásokat.

Tétel (lásd K, 6.9. Szakasz)

Konkrétan az $x^5 - 4x + 2$ polinom egyik gyöke sem írható föl ilyen gyökképlet segítségével.

A bizonyítások a Galois-elmélet eredményei.
Felfedezők: Niels Henrik Abel, Evariste Galois (1830 körül).
Ezt az Algebra3-4 tárgyban tanuljuk majd (K, 6. Fejezet).
A Galois-elméletből következik, hogy bizonyos szerkesztések

A legalább ötödfokú egyenletek

Abel–Ruffini-tétel (K6.9.7)

Ha $n \geq 5$, akkor az általános n-edfokú egyenletre nem létezik olyan képlet, amely a négy alapművelet és gyökvonások segítségével megadja a megoldásokat.

Tétel (lásd K, 6.9. Szakasz)

Konkrétan az $x^5 - 4x + 2$ polinom egyik gyöke sem írható föl ilyen gyökképlet segítségével.

A bizonyítások a Galois-elmélet eredményei.
Felfedezők: Niels Henrik Abel, Evariste Galois (1830 körül).
Ezt az Algebra3-4 tárgyban tanuljuk majd (K, 6. Fejezet).
A Galois-elméletből következik, hogy bizonyos szerkesztések (szögharmadolás, körnégyszögesítés)

A legalább ötödfokú egyenletek

Abel–Ruffini-tétel (K6.9.7)

Ha $n \geq 5$, akkor az általános n-edfokú egyenletre nem létezik olyan képlet, amely a négy alapművelet és gyökvonások segítségével megadja a megoldásokat.

Tétel (lásd K, 6.9. Szakasz)

Konkrétan az $x^5 - 4x + 2$ polinom egyik gyöke sem írható föl ilyen gyökképlet segítségével.

A bizonyítások a Galois-elmélet eredményei.
Felfedezők: Niels Henrik Abel, Evariste Galois (1830 körül).
Ezt az Algebra3-4 tárgyban tanuljuk majd (K, 6. Fejezet).
A Galois-elméletből következik, hogy bizonyos szerkesztések (szögharmadolás, körnégyszögesítés) nem végezhetők el körzővel és vonalzóval.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok. Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok. Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok. Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).
A négyzetösszeg kifejezése az elemi szimmetrikus polinomokkal.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).
A négyzetösszeg kifejezése az elemi szimmetrikus polinomokkal.
Az $x^n - 1$ gyöktényezős alakja,

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).
A négyzetösszeg kifejezése az elemi szimmetrikus polinomokkal.
Az $x^n - 1$ gyöktényezős alakja, az n-edik egységgyökök összege.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).
A négyzetösszeg kifejezése az elemi szimmetrikus polinomokkal.
Az $x^n - 1$ gyöktényezős alakja, az n-edik egységgyökök összege.
Nullosztómentesség a többhatározatlanú polinomok között.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).
A négyzetösszeg kifejezése az elemi szimmetrikus polinomokkal.
Az $x^n - 1$ gyöktényezős alakja, az n-edik egységgyökök összege.
Nullosztómentesség a többhatározatlanú polinomok között.
Többhatározatlanú polinomok szorzatának a foka.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).
A négyzetösszeg kifejezése az elemi szimmetrikus polinomokkal.
Az $x^n - 1$ gyöktényezős alakja, az n-edik egységgyökök összege.
Nullosztómentesség a többhatározatlanú polinomok között.
Többhatározatlanú polinomok szorzatának a foka.
Cardano képlete (a képletet nem kell tudni), a használat módja,

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).
A négyzetösszeg kifejezése az elemi szimmetrikus polinomokkal.
Az $x^n - 1$ gyöktényezős alakja, az n-edik egységgyökök összege.
Nullosztómentesség a többhatározatlanú polinomok között.
Többhatározatlanú polinomok szorzatának a foka.
Cardano képlete (a képletet nem kell tudni), a használat módja,
a többszörös gyökök létezésének leolvasása.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).
A négyzetösszeg kifejezése az elemi szimmetrikus polinomokkal.
Az $x^n - 1$ gyöktényezős alakja, az n-edik egységgyökök összege.
Nullosztómentesség a többhatározatlanú polinomok között.
Többhatározatlanú polinomok szorzatának a foka.
Cardano képlete (a képletet nem kell tudni), a használat módja, a többszörös gyökök létezésének leolvasása.
A Casus Irreducibilis jelensége és tétele.

A 8. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Interpolációs polinom. A σ_k elemi szimmetrikus polinomok.
Többhatározatlanú polinom, műveletek, fok, homogén polinom.

Tételek

Az interpoláció egyértelműsége. Lagrange interpoláció.
A gyökök és együtthatók összefüggése (Viète-formulák).
A négyzetösszeg kifejezése az elemi szimmetrikus polinomokkal.
Az $x^n - 1$ gyöktényezős alakja, az n-edik egységgyökök összege.
Nullosztómentesség a többhatározatlanú polinomok között.
Többhatározatlanú polinomok szorzatának a foka.
Cardano képlete (a képletet nem kell tudni), a használat módja, a többszörös gyökök létezésének leolvasása.
A Casus Irreducibilis jelensége és tétele.
A magasabb fokú egyenletek nem megoldhatósága gyökjelekkel.