Tekintsük a $\mathbb{K}^2$-et az $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \mathbf{y}^* \mathbf{x}$ skaláris szorzattal, továbbá legyen $\varphi \in \mathcal{H}om(\mathbb{K}^2, \mathbb{K}^2)$; $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ pedig ortonormált bázis $\mathbb{K}^2$-ben.

Bizonyítandó, hogy $\mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \langle \varphi(\mathbf{x}), \mathbf{y} \rangle$ bilineáris alak.

Minden alább megadott φ esetén eldöntendő, hogy az előbbi konstrukcióval megadott $\mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ bilineáris alak Hermite-féle-e; pozitív válasz esetén meghatározandó a $\mathcal{Q}(\mathbf{x}) = \mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ kvadratikus alak jellege, negatív válasz és $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ esetén pedig keresendő nem valós $\mathcal{Q}(\mathbf{x})$ érték.

a) $\varphi(\mathbf{e}_1) = 2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$;

b) $\varphi(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$;

c) $\varphi(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = -\mathbf{e}_2$;

d) $\varphi(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_2$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = -\mathbf{e}_1$;

e) $\varphi(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = -\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$;

f) $\varphi(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_2$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = \mathbf{e}_1$;

g) $\varphi(\mathbf{e}_1) = -\mathbf{e}_1$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = \mathbf{e}_2$;

h) $\varphi(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$;

i) $\varphi(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = 2\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2$;

j) $\varphi(\mathbf{e}_1) = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$, $\varphi(\mathbf{e}_2) = -\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$.