**Bsc algebra1 normál gyakorlat**

*Második zárthelyi (2015. december 8.)*

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak, a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. A szerző nevét és NEPTUN-kódját **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott betűkkel** írják fel.

**1.** (4+2 pont) Számítsuk ki az alábbi determinánsokat.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 0 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 6 \\ 9 & 0 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 4 & -8 \end{vmatrix}.$$

**2.** Bontsuk $\mathbb{Q}$, illetve $\mathbb{Z}$ fölött irreducibilisek szorzatára az alábbi két polinomot:

$$5x^9 + 30x^7 + 90\,, \qquad 6x^3 - 12x + 6\,.$$

Adjuk meg mindegyik esetben az **irreducibilis tényezők számát** is.

**3.** Az $n \times n$-es determinánsban mi az $a_{1,2}a_{2,3} \dots a_{n-1,n}a_{n,1}$ tag előjele? Aki $n = 5$-re és $n = 6$-ra megoldja, $2 + 2$ pontot kap.

**4.** Számítsuk ki a $\Phi_{28}$ körosztási polinomot, és olvassuk le a primitív 28-adik egységgyökök összegét, szorzatát és négyzetösszegét.

**5.** Az $f \in \mathbb{Z}[x]$ polinomra $f(i) = 2$, $f(1) = f(-1) = 0$. Mi az $f$-nek az $x^4 - 1$-gyel való osztási maradéka?

**6.** Bontsuk $\mathbb{Z}_2$ fölött irreducibilisek szorzatára az $x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$ polinomot. A kapott tényezőkről **részletesen meg kell indokolni,** hogy miért irreducibilisek $\mathbb{Z}_2$ fölött.