Bsc algebra2 normál gyakorlat

Második zárthelyi, A változat (2015. május 14.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont, 90 perc áll rendelkezésre a megoldáshoz. Minden feladatot **külön oldalon** kezdjünk. Használni semmilyen segédeszközt nem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. A zárthelyi alatt nem lehet kimenni a teremből. Minden lapon **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** szerepeljen a név, a NEPTUN-kód és a gyakorlatvezető neve (HZ vagy KE) és hogy **A változat**. A dolgozat érdemjegye az összpontszám hatodrésze.

1. Határozzuk meg a $4xy + 3y^2$ valós kvadratikus alak szimmetrikus mátrixát, ONB-ben vett négyzetösszeg alakját és karakterét.

2. Álljon W azon (x, y, z) pontokból $\mathbb{R}^3$-ben, melyekre $x + 2y + 2z = 0$. Adjunk meg egy ortonormált bázist a W altérben, valamint az $(1, 2, -3)$ pont távolságát ettől az altértől.

3. Mi lesz a

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix minimálpolinomja és Jordan-alakja? Segítség: a sajátértékek egész számok.

4. Legyenek u és v vektorok egy komplex euklideszi térben. Igaz-e, hogy ha $u \perp v$, akkor $\|u + iv\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$? Igaz-e a megfordítás? (Ha valamelyik nem teljesül, akkor indoklásképpen ellenpéldát is kell adni.)

5. Legyen A egy komplex téren értelmezett lineáris transzformáció, amely egyszerre önadjungált és unitér. Mi lehet a minimálpolinomja? Minden lehetséges polinomra példa-transzformációt is kell adni.

6. Legyen A normális transzformáció a $\mathbb{C}^3$ téren és $b_1, b_2 \in \mathbb{C}^3$ merőleges egységvektorok, melyekre $A(b_1) = \alpha b_2$ és $A(b_2) = 0$. Mik $\alpha \in \mathbb{C}$ lehetséges értékei? Minden lehetségesnek vélt értékre példa-transzformációt is kell adni.