

**Bsc algebra1 normál gyakorlat**  
*Második zárthelyi B (2014. december 8.)*

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a pusztá eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak, a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a szerző nevét és NEPTUN-kódját, a gyakorlatvezető nevét, és azt, hogy **B** változat, **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott betűkkel** írják fel.

1. Legyen

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & d \\ 3 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Mely  $d$  számokra lesz  $M$  invertálható?

2. Számítsuk ki a  $\Phi_{15}$  körosztási polinomot.

3. Bontsuk  $\mathbb{Q}$  fölött irreducibilisek szorzatára az  $x^8 - 3x^6 + 2x^5 + 2x^2 - 4x + 2$  polinomot.

4. Az  $f(x)$  polinomot  $x^2 + 1$ -gyel osztva a maradék  $x + 1$ . Mennyi a maradék, ha  $f(x)$ -et  $x + i$ -vel osztjuk?

5. Legyenek  $f(x) = x^3 - x^2 + 2x + 1$  komplex gyökei  $a$ ,  $b$  és  $c$ ,  $g(x)$  pedig az a normált harmadfokú polinom, melynek gyökei  $a + bc$ ,  $b + ac$  és  $c + ab$ . Határozzuk meg  $g(x)$ -ben  $x$  együtthatóját.

6. Egy  $n \times n$ -es determinánsban ( $n \geq 2$ ) a főátló és az első oszlop végig 2, kivéve az első oszlop legalsó elemét, ami 3. A determináns többi eleme 1. Mennyi a determináns értéke?