

Bsc algebra1 normál gyakorlat

Első zárthelyi A (2014. október 20.)

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a pusztá eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak, a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a szerző nevét és NEPTUN-kódját, a gyakorlatvezető nevét, és azt, hogy **A** változat, **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott betűkkel** írják fel.

1. Számítsuk ki a $4x^4 + x^2 + 3x + 1$ polinom összes komplex gyökét és ezek multiplicitását. Egy racionális gyök meghatározásáért 3 pont jár.
2. a) Számítsuk ki $\cos 234^\circ + i \sin 234^\circ$ rendjét (2 pont).
b) Legyen

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Keressük meg az összes olyan $v \in \mathbb{Z}^3$ vektort, melyre $Mv = 0$, és v három komponense páronként relatív prím.

3. Határozzuk meg és ábrázoljuk a $|z - 2i| \leq 2|z + i|$ egyenlőtlenség megoldásainak halmazát a komplex számsíkon.
4. Adjuk meg a $z^6 + iz^3 - 1 - i$ polinom összes komplex gyökét trigonometrikus alakban.
5. Adjuk meg az összes olyan $f(x) \in \mathbb{R}[x]$ harmadfokú polinomot, melyre az $f(x)$ -nek a 0, az $f(x) + 1$ -nek pedig az 1 szám pontosan kétszeres gyöke.
6. Mely $n > 0$ egész számokra igaz, hogy az n -edik egységgyököket i -vel végigszorozva ismét pontosan az n -edik egységgyököket kapjuk?