Matematikus gyakorlat, első évfolyam, első félév

Első zárthelyi

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Milyen u és v értékekre lesz a $-2+2i$ többszörös gyöke az $x^{1999}+ux+v$ polinomnak?*

2. *Számítsuk ki a $\sum \varepsilon_j^3 \varepsilon_k \varepsilon_\ell$ összeget, ahol $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_8$ a huszonnegyedik primitív egységgyökök. Az összegezés az olyan $1 \leq j, k, \ell \leq 8$ páronként különböző indexekre történik, ahol $k < \ell$.*

3. *Van-e olyan ötödfokú $f \in \mathbb{Z}[x]$ polinom, mely irreducibilis $\mathbb{Q}$ felett, nem az $\mathbb{Z}$ felett, és konstans tagja is, főtagja is 4?*

4. *Legyen n pozitív egész. Adjuk meg azt a legkisebb fokú komplex együtthatós polinomot, amely mindegyik n-edik komplex egységgyököt a konjugáltjába viszi.*

5. *Bontsuk $\mathbb{Z}$ felett irreducibilisek szorzatára a $\Phi_{35}(x^3)$ polinomot.*

6. *Legyen $c \in \mathbb{C}$ rögzített komplex szám. Minden $z \in \mathbb{C}$ komplex számra képezzük a $z_0 := z$, $z_{n+1} := z_n^2 + c$ sorozatot, és álljon a J_c halmaz azon z komplex számokból, melyekre a fenti sorozat korlátos. Mutassuk meg, hogy J_c korlátos.*