Alkalmazott matematikus szak, első évfolyam, első félév

Második zárthelyi

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Mindegyik feladat hat pontot ér, az osztályzat elégtelen, ha nincs lényegében megoldott feladat (azaz ami legalább öt pontot kapott), különben pedig az összpontszám hatodrészének egész része.

1. *Mely r komplex számokra van az $x^4 + x^2 + r$ polinomnak többszörös gyöke $\mathbb{C}$-ben?*

2. *Van-e olyan s komplex szám, melyre az x^6+sx^2+1 és az x^2+1 polinomok legnagyobb közös osztója elsőfokú?*

3. *Tegyük fel, hogy $p(x)$ és $(x-1/2)p(x)$ is egész együtthatós polinom. Következik-e ebből, hogy p minden együtthatója páros?*

4. *Vannak-e olyan u és v egész számok, hogy az alábbi egyenletrendszernek $\mathbb{Z}_5$ felett legyen megoldása, de $\mathbb{Q}$ felett ne?*

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 1 \\ x + y + 2z &= u \\ 3x + y + vz &= 0 \end{aligned}$$

5. *Bontsuk az $x^5 - 3x^4 - 12x^2 + 37x - 3$ polinomot $\mathbb{Q}$ felett irreducibilisek szorzatára.*

6. *Az $x^4 - x + 3$ polinom komplex gyökeit jelölje a, b, c, d. Írjuk fel azt a normált polinomot, melynek gyökei rendre abc, abd, acd, bcd.*