Alkalmazott matematikus szak, első évfolyam, első félév
Első zárthelyi

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Mely z komplex számokra teljesül, hogy $|z-i| = \mathrm{Im}(z+i)$? Rajzoljuk is le a kapott halmazt a síkon.*

2. *Legyen M olyan 1999×1999-es mátrix, melyre $M^2 = -iM$. Mennyi lehet M determinánsa? (Minden lehetségesnek gondolt értékre példamátrixot is kell adni.)*

3. *Legyen $\theta \in \mathbb{C}$, melyre $|\theta| = 1$. Bizonyítsuk be, hogy a $z \mapsto \theta\overline{z}$ leképezés tengelyes tükrözés a komplex számsíkon.*

4. *Legyen $\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ$ és η egy háromezredik primitív egységgyök. Mennyi lehet $\varepsilon\eta$ rendje? (Minden lehetségesnek gondolt értékre példát is kell adni.)*

5. *Számítsuk ki azt az $n \times n$-es determinánst, melyben az i-edik sor j-edik eleme $|i-j|-1$.*

6. *Egy $n \times n$-es determinánsban az egyik kifejtési tagot tükrözzük a determináns mellékátlójára. Hogyan változik meg a megfelelő permutációban az inverziók száma?*