Mat-tanári gyakorlat, első évfolyam, második félév

Első zárthelyi

A feladatokat külön lapra írjuk (*egy n lapból álló dolgozat pontszáma maximum $6n$ lehet*), és minden lapon legyen rajta **olvashatóan** a szerző és a gyakvezér neve. Az összesen 36 pontból 30 biztosan elég a jeleshez, 12 az elégségeshez, feltéve ha van lényegében megoldott feladat (azaz amelyik legalább 5 pontot kapott). Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont.

1. *(6 pont) Határozzuk meg az $x^5 + 2x + 2$ többszörös gyökeit $\mathbb{C}$-ben.*

2. *(4+2 pont) Határozzuk meg a Φ_{15} körosztási polinom együtthatóit, és számítsuk ki a tizenötödik* **primitív** *egységgyökök összegét.*

3. *(6 pont) Írjunk fel egy olyan harmadfokú egész együtthatós polinomot, amely $\mathbb{Z}$ felett nem felbonthatatlan, de $\mathbb{Q}$ felett igen, és ha modulo 2 vesszük, akkor a kapott polinom $\mathbb{Z}_2$ felett nem konstans, és reducibilis.*

4. *(6 pont) Felbonthatatlan-e $\mathbb{Z}[x]$-ben $x^7 + 7x + 6$?*

5. *(6 pont) Irreducibilis-e $\mathbb{Q}$ felett $x^4 + 2x^2 + 4$?*

6. *(6 pont) Legyenek a, b, c az $x^3 + 2x^2 + 2x + 2$ harmadfokú polinom komplex gyökei. Írjuk fel azt a normált, harmadfokú, komplex együtthatós polinomot, amelynek gyökei $a^2 + b^2$, $a^2 + c^2$, $b^2 + c^2$.*