Determinánsok szorzástétele:

Legyen $A = [\alpha]$, $B = [\beta]$. Ekkor, a mátrixszorzás definiciója szerint $AB = [\alpha\beta]$. Így:

$$\det(AB) = D(\alpha\beta) = D(\alpha) \cdot D(\beta) = \det(A) \cdot \det(B).$$

Legyen $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ az $\mathcal{U}$ vektortér egy bázisa. Legyen φ az a transzformáció, amire $\varphi(\mathbf{u}_i) = \mathbf{u}_i + c\mathbf{u}_j$ (ahol $j \neq i$), és $t \neq i$ esetén $\varphi(\mathbf{u}_t) = \mathbf{u}_t$. Mivel a mérték antiszimmetrikus, ezért a kapott új bázis mértéke megegyezik az eredetiével, így $D(\varphi) = 1$. φ–nek az $F = [\varphi]$ mátrixára $\det(F) = 1$, és ez a mátrix az eredeti bázisban a következő alakot ölti:

A főátlós minden eleme 1, az i–edik oszlop j–edik eleme c, a többi elem 0.

Ekkor az AF mátrix úgy kapható az A mátrixból, hogy annak i–edik oszlopához hozzáadjuk a j–edik oszlopot. A determinánsok szorzástétele szerint ekkor A determinánsa nem változik meg.

Legyen ψ az a transzformáció, amire $\psi(\mathbf{u}_i) = \mathbf{u}_i$, és $t \neq i$ esetén $\psi(\mathbf{u}_t) = \mathbf{u}_t$. Az előzőhöz hasonlóan azt kapjuk, hogy egy mátrix valamelyik oszlopát c–vel szorozva a determináns is c–vel szorzódik.

Ezt figyelembe véve, az első eljárásnak ismételt alkalmazásával nyerjük, hogy két oszlop felcserélésekor a determináns előjelet vált.

Ha az A mátrixot balról szorozzuk, akkor azt nyerjük, hogy a megfelelő elemi transzformációt a sorokkal végezve a determináns hasonlóképpen változik.

Egy mátrix r–szer r–es részmátrixának determinánsát r–edrangú aldeterminánsnak nevezik.

Ha egy mátrix rangja legalább r, Akkor van r–független oszlopa. A többit elhagyva olyan részmátrixot nyerünk, amelynek r oszlopa van és rangja ismét r. Hasonlóképpen kaphatjuk, hogy ennek van olyan négyzetes részmátrixa, amelynek a rangja ugyancsak r. Ez tekinthető egy reguláris transzformáció mátrixának, és így determinánsa $\neq 0$. Fordítva, ha egy s sorú négyzetes részmátrix determinánsa $\neq 0$, akkor sorai lineárisan függetlenek; amiből azonnal következik, hogy az eredetin mátrix ugyanezen sora sem lehetnek összefüggőek, tehát az eredeti mátrix rengja legalább s. Így:

Egy mátrix rangja megegyezik maximális rangú nem–0 aldeterminánsának méretével.