Mat-tanári gyakorlat, második évfolyam, első félév

Második zárthelyi

A feladatokat **külön lapra írjuk,** és minden lapon legyen rajta **olvashatóan** a szerző és a gyakvezér neve. Az összesen 36 pontból 30 biztosan elég a jeleshez, 12 az elégségeshez, feltéve ha van lényegében megoldott feladat (azaz amelyik legalább 80%-ot kapott). Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont.

1. *(12 pont) Legyen* $a_0 = 3$, $a_1 = 11$ *és* $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$. *Írjuk fel az ehhez a rekurzív sorozathoz tartozó mátrixot, diagonalizáljuk bázistranszformációval, számítsuk ki az* n*-edik hatványát, és adjunk ennek alapján explicit képletet* a_n *értékére.*

2. *(6 pont) Számítsuk ki a következő* $n \times n$*-es determinánst:*

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 & \dots & 3^{n-2} & 3^{n-1} \\ -1 & 1 & 3 & \dots & 3^{n-3} & 3^{n-2} \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 3^{n-4} & 3^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

3. *(6 pont) Egy determinánsban tükrözzük az* $a_{f(1),1} \dots a_{f(n),n}$ *kifejtési tagot a mellékátlóra. Határozzuk meg az így kapott új kifejtési taghoz tartozó permutáció előjelét.*

4. *(6 pont) Írjuk fel az* (123456789) *ciklust az* S_9 *alkalmas ötödrendű elemeinek szorzataként.*

5. *(2+4 pont) Egy* $\mathbb{R}$ *feletti, ötdimenziós vektortéren ható* A *lineáris transzformáció minimálpolinomja másodfokú. Mutassuk meg, hogy* A*-nak minden komplex sajátértéke valós, és hogy* A*-nak végtelen sok invariáns altere van.*