Matematikus gyakorlat, első évfolyam, második félév

Második zárthelyi

Minden feladatot külön lapra írjunk, és minden lapon legyen rajta a szerző és a gyakvezér neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert* **a rezultáns módszerével.**

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 0 \end{cases}$$

2. *Legyen T az $\mathbb{R}$ feletti $V = \mathbb{R}^3$ vektortéren egy origón átmenő egyenesre való (merőleges) tükrözés. Tegyük V-t modulussá $\mathbb{R}[x]$ felett a szokásos módon: $p(x) \circ v = p(T)v$. Generálható-e az így kapott modulus egy elemmel?*

3. *Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsosztóit és Jordan-féle normálalakját.*

$$\begin{pmatrix} i & 0 & 0 \\ -1 & i & 1-i \\ 0 & 0 & -i \end{pmatrix}$$

4. *Legyen*

$$b_1 = \begin{pmatrix} 6/7 \\ 3/7 \\ 2/7 \end{pmatrix} \qquad \text{és} \quad Q(x) = 71x^2 + 86y^2 - 10z^2 + 36xy - 72yz + 108xz\,.$$

Egészítsük ki b_1-et az $\mathbb{R}$ feletti $\mathbb{R}^3$ vektortér egy olyan ortonormált bázisává, amelyben a Q kvadratikus alak négyzetösszeggé válik, és határozzuk meg Q karakterét.

5. *Ismerjük egy komplex feletti lineáris transzformáció minimálpolinomját. El tudjuk-e dönteni ennek birtokában, hogy van-e olyan skaláris szorzat, amelyre nézve a transzformáció*

a) normális;

b) unitér?

6. *Igaz-e, hogy ha egy komplex elemű mátrix egyetlen sajátértéke az 1, akkor a mátrix hasonló az inverzéhez?*

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TEX