Mat-tanári algebra félsáv, hatodik félév

Harmadik vizsga — megoldások

2. A D_4-gyel, mert a D_4, mint a négyzet csúcsain ható permutációcsoport, részcsoportja S_4-nek, és rendje pont 8.

3. Legyen K egy 27 elemű test, és álljon G az $ax+b$ alakú leképezések csoportjából, ahol $a \neq 0$. A 0 majd az 1 stabilizátorát megnézve látjuk, hogy ez jó. Mellesleg G a törtlineáris leképezések csoportjában a ∞ stabilizátora.

4. Ha $\sum n_i = |G| = \sum n_i^2$, akkor $n_i \leq n_i^2$ miatt ez csak úgy lehet, ha $n_i = 1$ minden i-re, azaz pont az Abel-csoportok a jók.

5. A χ tartalmazza a főkaraktert, mert a vele vett skaláris szorzata 1. Ezt levonva már irreducibiliset kapunk, hiszen a kapott karakter skalárnégyzete 1 (ez a karakter χ_4 az alábbi táblázatban). A b)-beli karakter kiszámításához a megfelelő mátrixok nyomát kell venni, számolással az alábbi χ_5 jön ki. Mivel S_4 kommutátorrészcsoportja A_4, két lineáris karakter van: a főkarakter és az előjelképzés. Ezért a $\sum n_i^2 = 24$ összefüggés miatt már csak egy darab másodfokú karakternek marad hely, ennek értékei az ortogonalitási relációkból adódnak. A teljes karaktertábla:

S_4	1	(12)(34)	(123)	(12)	(1234)
24	1	3	8	6	6
χ_1	1	1	1	1	1
χ_2	1	1	1	-1	-1
χ_3	2	2	-1	0	0
χ_4	3	-1	0	1	-1
χ_5	3	-1	0	-1	1