Mat-tanári algebra félsáv, hatodik félév

Vizsgadolgozat — 1996. május 30.

Minden feladatot külön lapra írjunk, és minden lapon legyen rajta a szerző neve. Valamennyi megoldásban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont.

1. *Mondjuk ki precízen a kártyakeverési tételt (3 pont).*

2. *Mondjuk ki pontosan a Sylow-tételeket (3 pont).*

a) Mutassuk meg a klasszifikáció felhasználása nélkül, hogy nincs 198 *rendű egyszerű csoport (3 pont).*

b) Izomorfia erejéig hány 99 *rendű csoport van? Indoklásként elegendő a megfelelő általános tételekre hivatkozni (3 pont).*

3. *Adjunk meg egy tízelemű halmazon ható olyan permutációcsoportot, ami* 3*-tranzitív, de nem* 4*-tranzitív (3 pont).*

4. *Definiáljuk komplex feletti vektortérben a skaláris szorzat (1 pont) és az unitér transzformáció (1 pont) fogalmát. Adjuk meg az unitér transzformációk jellemzését alkalmas mátrixuk segítségével (1 pont, bizonyítani nem kell).*

5. *Mondjuk ki precízen (1 pont) és bizonyítsuk be (5 pont) azt a tételt, ami a reprezentáció magját adja meg a reprezentáció karaktere segítségével. A lineáris algebrai segédtételeket ki kell mondani, de nem kell bizonyítani.*

6. *Egy G csoport konjugált osztályai $K_1 = \{1\}$, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, ezek elemszámai rendre* 1, 1, 2, 2, 3, 3. *A csoport karaktertáblájának alábbi részletét ismerjük:*

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
χ_1	1	1	1	1	-1	-1
χ_2	1	-1	-1	1	1	-1
χ_3	1	-1	-1	1	-1	1
χ_4	?	-2	1	-1	0	0

Határozzuk meg G karaktertábláját (5 pont) és az irreducibilis karakterek centrumait (1 pont).