Matematikus szak, második évfolyam, második félév

Második zárthelyi

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Mindegyik feladat hat pontot ér, az osztályzat elégtelen, ha nincs lényegében megoldott feladat (azaz ami legalább öt pontot kapott), különben pedig az összpontszám hatodrészének egész része.

1. *Legyen L korlátos (azaz 0 és 1 elemes) disztributív háló. Mutassuk meg, hogy azok az elemek, amelyeknek van komplementuma, részhálót alkotnak.*

2. *Rajzoljunk hatelemű, nem komplementumos, moduláris, de nem disztributív hálót, és rajzoljuk le a kongruencia-hálóját.*

3. *Mely fokokban mérve racionális α szögekre lesz $\cos\alpha$ racionális szám?*

4. *Legyen R azoknak a valós együtthatós racionális törtfüggvényeknek a gyűrűje, melyek nevezőjének nem gyöke sem az 1, sem a -1. Számítsuk ki a radikálját, és adjuk meg a radikál szerinti faktor felbontását sűrű mátrixgyűrűk szubdirekt szorzatára.*

5. *Legyen R egységelemes gyűrű, és I minimális ideálja R-nek. Bizonyítsuk be, hogy I egyszerű gyűrű, vagy zérógyűrű.*

6. *Van-e 2001 elemű szubdirekt irreducibilis háló, ami nem egyszerű?*