Matematikus szak, első évfolyam, második félév
Második zárthelyi

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Mindegyik feladat hat pontot ér, az osztályzat elégtelen, ha nincs lényegében megoldott feladat (azaz ami legalább öt pontot kapott), különben pedig az összpontszám hatodrészének egész része.

1. *Legyen* $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_3 + 2x_2x_3$. *Határozzuk meg a* Q *valós kvadratikus alak karakterét, és a* $Q = 1$ *térbeli alakzat origótól vett távolságát.*

2. *Egy kocka szemköztes lappárjait pirosra, fehérre, illetve zöldre festjük. Legyen* G *a kapott alakzat színtartó egybevágóságainak csoportja. Határozzuk meg* G *elemszámát, és elemeinek a rendjeit.*

3. *Hány elemű lesz az* $\langle(1234), (13)\rangle$ *részcsoport* S_4*-ben?*

4. *Melyik ismert véges csoporttal izomorf* $D_6/Z(D_6)$*?*

5. *Legyen* Q *kvadratikus alak a* $\mathbb{C}$ *feletti* $\mathbb{C}^n$ *vektortéren. Hánydimenziós lehet a* $W = \langle v \in \mathbb{C}^n \mid Q(v) > 0\rangle$ *altér?*

6. *Legyen* V *egy* n*-dimenziós euklideszi tér* $\mathbb{C}$ *felett, és* $A \in \mathrm{Hom}(V)$. *Létezik-e mindig olyan ortonormált* $b_1, \ldots, b_n$ *bázis* V*-ben, melyre minden* $i \neq j$ *esetén* $\langle Ab_i, b_j\rangle = \overline{\langle Ab_j, b_i\rangle}$*?*

7*. *Igaz-e, hogy páratlan rendű csoportban minden három indexű részcsoport normálosztó?*