**Matematikus szak, második évfolyam, első félév**
*Első zárthelyi*

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Mindegyik feladat hat pontot ér, az osztályzat elégtelen, ha nincs lényegében megoldott feladat (azaz ami legalább öt pontot kapott), különben pedig az összpontszám hatodrészének egész része.

**1.** *Kommutatív-e az* $A_4 \times S_3$ *csoport* 2*-Sylow részcsoportja?*

**2.** *Van-e* 380 *rendű egyszerű csoport? (Ne használjuk a klasszifikációt.)*

**3.** *Nilpotens-e* $\mathrm{Aff}(1,5)$*?*

**4.** *Adjuk meg* $A_5$ *összes* 2*-tranzitív részcsoportját.*

**5.** *Hány elemű az* $\langle a, b \mid a^5 = b^7 = 1,\ \ a^2 b = ba \rangle$ *csoport?*

**6.** *Készítsük el azt a* $G = D_5 \rtimes_\varphi \mathbb{Z}_2^+$ *szemidirekt szorzatot, ahol* $\varphi(1)$ *a* $t \in D_5$ *elemmel való konjugálás.*
*a) Határozzuk meg* $(tf, 1)$ *rendjét* $G$*-ben.*
*b) Izomorf-e* $G$ *a* $D_5 \times \mathbb{Z}_2^+$ *csoporttal?*

**7*.** *Igaz-e, hogy egy (véges)* $G$ *Frobenius-csoport Frattini-részcsoportja része* $G$ *magjának? (A reguláris csoportokat, tehát ahol a komplementum egyelemű, nem tekintjük Frobenius-csoportnak, de ott ez nyilván teljesül.)*