Alkalmazott matematikus szak, második évfolyam, első félév

Második zárthelyi

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szerző** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Mindegyik feladat hat pontot ér, az osztályzat elégtelen, ha nincs lényegében megoldott feladat (azaz ami legalább öt pontot kapott), különben pedig az összpontszám hatodrészének egész része.

1. *Legyen* θ *az* $x^3 - x + 1$ *polinom (egyetlen) valós gyöke. Írjuk fel a* $\theta/(\theta^2 - 1)$ *számot* $a + b\theta + c\theta^2$ *alakban, ahol* $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

2. *Határozzuk meg* $\sqrt[5]{7}$ *minimálpolinomját* $\mathbb{Q}(\sqrt[7]{5})$ *fölött.*

3. *Izomorf-e* $\mathbb{Z}[x]/(2x)$ *a Gauss-egészek gyűrűjével?*

4. *Rajzoljuk le a* $\mathbb{Z}_{27}$ *gyűrű ideáljainak a hálóját, majd a kapott háló kongruenciahálóját.*

5. *Adjuk meg a* $\mathbb{Q} \leq \mathbb{Q}((1+i)/\sqrt{2})$ *bővítés fokát, és közbülső testeinek a számát.*

6. *Számítsuk ki a* $\mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x^2 + 1)$ *testben az* $x + 1 + (x^3 + x^2 + 1)$ *elem minimálpolinomját a* $0 + (x^3 + x^2 + 1)$ *és* $1 + (x^3 + x^2 + 1)$ *elemekből álló kételemű résztest fölött.*