

BSc Matematika Alapszak, 2020.

Matematikai Intézet,

Természettudományi Kar,

Eötvös Loránd Tudományegyetem.

Valószínűségszámítás2

- **Óraszám (ea+gy):** 2 + 2
- **Specializáció:** alk. mat.
- **Kredit (ea+gy):** 3 + 2
- **Számonkérés:** kollokvium + gyak. jegy
- **Tárgykód (ea, gy):** valsz_2a0_m17ea, valsz_2a0_m17ga
- **Ajánlott félév:** 5
- **Státusz:** alt. vál.

- **Specializáció:** elemző
- **Kredit (ea+gy):** 3 + 2
- **Számonkérés:** kollokvium + gyak. jegy
- **Tárgykód (ea, gy):** valsz_2a0_m17ea, valsz_2a0_m17ga
- **Ajánlott félév:** 5
- **Státusz:** köt. vál.

Tantárgyfelelős

- Arató Miklós, Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék, Matematikai Intézet.

Előfeltételek

A gyakorlat előfeltételei:

- **Erős:** Valószínűségszámítás1E-m (valsz_1m0_m17ea) vagy

Valószínűségszámítás1E-a (valsz_1a0_m17ea)

- *Erős:* Analízis4G-m (analiz4m0_m17gx) vagy MértékelméletG-ae (mertek1v0_m20gx)

Az előadás előfeltételei:

- *Gyenge:* a gyakorlat

Megjegyzések

- A matematikus és alkalmazott matematikus hallgatók választhatnak, hogy ezt a tárgyat, vagy matematikus hálóban szereplő, 3+2 órás számú tárgyat hallgatják.
- **Pótlási lehetőség:** A félév végén, indokolt esetben, a gyakorlatvezető döntése alapján egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

A tematikát kidolgozta:

- Arató Miklós, Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék, Matematikai Intézet.

Szükséges előismeretek

- Bevezető valószínűségszámítás fogalmi. Speciális halmazrendszerek és halmazfüggvények (algebra, szigmaalgebra, mérték). A Lebesgue mérték. Caratheodory-féle kiterjesztési tétel. A Borel-halmazok jellemzése. A mérhető leképezés fogalma, alaptulajdonságok. Lépcsősfüggvények, integrál. Mérhető függvények integrálja. Az integrál jellemzése és alaptulajdonságai. A Lebesgue-Stieltjes-integrál. A Beppo-Levi tétel, Fatou-lemma, egyéb konvergenciatételek. Az L^p terek értelmezése, Hölder-, Jensen-, Cauchy és Minkowski-egyenlőtlenség. Az L^p -terekre vonatkozó alapvető állítások. A Riemann-integrálhatóság és Lebesgue-integrálhatóság kapcsolata. A szorzatmérték fogalma, Fubini-tétel. Abszolút folytonosság. A Radon-Nikodym-tétel. Előjeles mértékek.
- Topológikus terek, nyílt, zárt halmazok. Metrikus terek.

A tantárgy célkitűzése

A tárgy célja az axiomatikus valószínűségszámítás elemeinek, és ezek

egyres alkalmazásainak bemutatása.

Irodalom

- **Rényi Alfréd:** *Valószínűségszámítás*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1968.
- **Bognár Jánosné, Mogyoródi József, Prékopa András, Rényi Alfréd, Szász Domokos:** *Valószínűségszámítás, feladatgyűjtemény*. Typotex. 2002.
- **Mogyoródi József, Somogyi Árpád:** *Valószínűségszámítás*. Egyetemi jegyzet, 1989.
- **Móri Tamás:** *Diszkrét paraméterű martingálok*. Egyetemi jegyzet, ELTE, 1999.

Tematika

- A valószínűségszámítás Kolmogorov-féle axiómarendszere. Valószínűségi változók eloszlása, eloszlásfüggvénye, sűrűségfüggvénye. A sűrűségfüggvény transzformációja diffeomorfizmus esetén.
- Események, eseményrendszerek, valószínűségi változók függetlensége.
- Valószínűségi változók konvergenciájának alaptípusai. Sztochasztikus, 1 valószínűségű, L^p -beli konvergencia. Kapcsolat az egyes konvergenciafajták között. Egyenletes integrálhatóság.
- Valószínűségeloszlások gyenge konvergenciája. Feszesség, relatív kompaktság. Prohorov tétele.
- Karakterisztikus függvény. Inverziós formula. Folytonossági tétel. Konvergencia Poisson eloszláshoz.
- Centrális határeloszlástétel bizonyítása karakterisztikus függvények segítségével. Berry-Esséen-tétel.
- A feltételes várható érték általános fogalma. Alaptulajdonságok. Kiszámítása. Feltételes sűrűségfüggvény. A feltételes eloszlás reguláris változata.
- Martingálok, megállási idők, maximál-egyenlőtlenségek. Martingálkonvergencia-tétel.

- Doob- és Crickeberg-felbontás.
- Lévy tétele. Kolmogorov-féle erős törvény.
- Független tagú végtelen sorok konvergenciája. Kolmogorov-féle három sor tétel.
- Poisson folyamat.