

BSc Matematika Alapszak, 2020.

Matematikai Intézet,

Természettudományi Kar,

Eötvös Loránd Tudományegyetem.

Komplex függvénytan

- **Óraszám (ea+gy):** 2 + 2
- **Specializáció:** matematikus
- **Kredit (ea+gy):** 3 + 2
- **Számonkérés:** kollokvium + gyak. jegy
- **Tárgykód (ea, gy):** kompft1m0_m17ex, kompft1m0_m17gx
- **Ajánlott félév:** 5
- **Státusz:** kötelező

Tantárgyfelelős

- Szőke Róbert, Analízis Tanszék, Matematikai Intézet.

Előfeltételek

A gyakorlat előfeltételei:

- **Erős:** Analízis3E-m (analiz3m0_m17ea)

Az előadás előfeltételei:

- **Gyenge:** a gyakorlat

Megjegyzések

- Ennél a tárgynál a gyakorlaton is legalább 50%-ban az elméleti anyag elmélyítése történik.
- **A tantárgy oktatásának módja:** Az előadáshoz kiegészítő kurzus tartozik, amellyel közösen kerül megtartásra heti 3 órában, de az

alaptárgy körülbelül a félév 2/3-áig befejeződik.

- **Követelmény:** A komplex függvénytan szemlélet elsajátítása, a tételek és fogalmak jobb megértése érdekében a kiegészítő kurzus óráinak a meghallgatása is ajánlott, azoknak is, akik csak az alaptárgyat akarják elvégezni.
- **Pótlási lehetőség:** A félév végén, indokolt esetben, a gyakorlatvezető döntése alapján egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

A tematikát kidolgozta:

- Halász Gábor, Analízis Tanszék, Matematikai Intézet.

Szükséges előismeretek

Komplex számok (műveletek, geometriai ábrázolás), euklideszi terek elemi topológiája (nyílt, zárt, összefüggő halmazok), sorozatok, sorok, hatványsorok, egy- és többváltozós függvények (határérték, limesz superior és inferior, folytonosság), többváltozós függvények differenciálása, egyváltozós Riemann-integrál, vonalintegrál euklideszi terekben.

A tantárgy célkitűzése

A tárgy bevezetés a komplex függvénytanba, és mint ilyen, elsősorban a komplex értékű, komplex változós függvények differenciál- és integrálszámítása. Megmutatjuk, hogy a differenciálhatóság – a valós értelemben vetthez képest – milyen szigorú szerkezetet biztosít a függvény számára, összekapcsolva a legkülönbözőbb tulajdonságait. Ez új szemléletet igényel, másrészt pedig ennek köszönhető a komplex függvények széleskörű alkalmazhatósága. Felvillantunk ilyen alkalmazási lehetőséget is, és (különösen a tárgyhoz kapcsolódó kiegészítő kurzusban) az elmélet modern, az MSc-ben közelebbről bemutatandó ágaira is utalunk.

Irodalom

- **Halász Gábor:** *Bevezető komplex függvénytan.* Komplex függvénytan i. (2002), 2. javított kiadás. (Az előadást pontosan követi.)

- **Petruska György:** *Komplex függvénytan*. Nemzeti Tankönyvkiadó (1998), 6. kiadás. (Más felépítésben, de bővebb anyagot ölel fel.)
- **L.V. Ahlfors:** *Complex Analysis*. McGraw–Hill Book Company (1979). (Kitűnő bevezetés a modern komplex függvénytan egyik legnagyobb alakjától.)

Tematika

- Ismétlés. Komplex számok. Komplex sík.
- Reguláris függvény. Komplex értelemben vett differenciálhatóság, jellemzése a Cauchy–Riemann-egyenletekkel, geometriai leírása. Reguláris függvények konstruálása hatványsorral. Az exponenciális függvény tulajdonságai, a logaritmus és a hatványfüggvény értelmezésének problémái, többértékű függvény reguláris ága.
- Integráltételek. Komplex vonalintegrál, Newton–Leibniz-szabály. Az integrál függetlensége az úttól, kapcsolat a primitív függvénnyel. Goursat-lemma és általánosítása, Cauchy integráltétele és integrálformulája konvex tartományon. Görbe indexe. Reguláris függvények sorozatai. A logaritmus reguláris ága.
- Hatványsorba fejtés. Reguláris függvény hatványsorba fejtése. Unicitástétel. Taylor-sor, a logaritmus és a hatványfüggvény Taylor-sora. Lokális aszimptotikus viselkedés általános regularitási pontban. Maximumelv, Schwarz-lemma. Hatványsor együtthatóinak becslése, Liouville tétele korlátos egészfüggvényekről, polinomok jellemzése nagyságrenddel, bizonyítás az algebra alaptételére.
- Izolált szingularitások. Laurent-sor konvergenciája, gyűrűben reguláris függvény Laurent-sorba fejtése. Izolált szingularitások osztályozása, kvantitatív és kvalitatív jellemzésük, a Casorati–Weierstrass-tétel. Reziduomtétel és alkalmazásai improprius integrálok kiszámítására, végtelen sorok összegzésére. Argumentumelv, Rouché tétele, reguláris függvény lokális értékeloslása.
- Konform leképezések. Lineáris törtfüggvények mint a zárt sík önmagára való konform leképezései. Körlapnak, illetve félsíknak körlapra, illetve félsíkra való leképezése. A konform leképezések Riemann-féle

alaptétele egyszeresen összefüggő tartományok leképezéséről.
Tükrözési elv. Speciális tartományok leképezése.

- Harmonikus függvények. Definíció mint reguláris függvények valós része. Jellemzés a Laplace-egyenlettel. Körlapon való előállítás a kerületi függvény Poisson-integráljaként. Körvonalon adott függvény harmonikus betérjesztése (Dirichlet-feladat).