

BSc Matematika Alapszak, 2020.

Matematikai Intézet,

Természettudományi Kar,

Eötvös Loránd Tudományegyetem.

Funkcionálanalízis1

- **Óraszám (ea+gy):** 2 + 2
- **Specializáció:** matematikus
- **Kredit (ea+gy):** 3 + 2
- **Számonkérés:** kollokvium + gyak. jegy
- **Tárgykód (ea, gy):** funkan1m0_m17ex, funkan1m0_m17gx
- **Ajánlott félév:** 5
- **Státusz:** kötelező

Tantárgyfelelős

- Tarcsay Zsigmond, Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék, Matematikai Intézet.

Előfeltételek

A gyakorlat előfeltételei:

- **Erős:** Analízis2E (analiz2x0_m17ea) vagy Az analízis megalapozásaE (megala1x0_m17ea)

Az előadás előfeltételei:

- **Gyenge:** Analízis3E-m (analiz3m0_m17ea)
- **Gyenge:** a gyakorlat

Megjegyzések

- Ennél a tárgynál a gyakorlaton is legalább 50%-ban az elméleti anyag

elmélyítése történik.

- **Pótlási lehetőség:** A félév végén, indokolt esetben egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

A tematikát kidolgozta:

- Sebestyén Zoltán, Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék, Matematikai Intézet.

Szükséges előismeretek

Analízis 3 félév, Lebesgue-integrál fogalma, lineáris algebra.

A tantárgy célkitűzése

A tárgy bevezetést ad a lineáris funkcionálanalízis modern elméletébe. Ennek kapcsán mintegy szintézisét adja a valós és komplex függvénytan, az algebra, a mérték és integrálelméletben alapozásként megtanultaknak.

Irodalom

- **Riesz, Szőkefalvi-Nagy:** *Funkcionálanalízis*. Egyetemi tankönyv.
- **Losonczi László:** *Funkcionálanalízis I*. Egyetemi jegyzet.

Tematika

- Hilbert terek: belső vagy skalár-szorzat, Cauchy-Bunyakovszkij-Schwarz egyenlőtlenség félskalár-szorzatra, ℓ^2 , L^2 -terek. Riesz-tétele merőleges komponensekre való felbontásra: altértől való távolság. Ortonormált rendszerekre Hilbert térben: általánosított Fourier-sorfejtés: Bessel-egyenlőtlenség, Parseval-azonosság, Hilbert terek izometrikus isomorfikus azonosítása. Folytonos lineáris funkcionálok Hilbert téren. Riesz reprezentációs tétele: folytonos lineáris funkcionálok előállítása.
- Folytonos lineáris operátorok Hilbert téren: operátorok normája, numerikus sugara, adjungáltja, spektruma. Speciális operátorok: önadjungált, unitér, normális operátorok, ortogonális projekciók. Kompakt operátorok Hilbert-téren: Hilbert-Schmidt tétel normális

kompakt, önadjungált kompakt operátorokra, mint a mátrixokra vonatkozó főtengety-tétel általánosítása.

- Banach terek: altértől való távolság, Riesz-lemmája. Baire kategória tétele. Folytonos lineáris funkcionálok normált téren, Hahn-Banach tétel és alkalmazásai, Mazur-Orlicz tétel. Folytonos lineáris operátorok Banach téren: operátorok adjungáltja, spektruma, Neumann sor. Banach-Steinhaus tételek: egyenletes korlátosság és pontonkénti konvergencia tétele. Banach nyílt leképezés és zárt gráf tétele. Kompakt operátorok Banach téren: Riesz-Fredholm elmélet alapjai. Schander tétele, Lomonoszov tétel.