BSc Matematika Alapszak, 2020.

Matematikai Intézet,
Természettudományi Kar,
Eötvös Loránd Tudományegyetem.

Bevezetés a differenciálgeometriába

- ***Óraszám (ea+gy):*** 2 + 2
- ***Specializáció:*** matematikus
- ***Kredit (ea+gy):*** 3 + 2
- ***Számonkérés:*** kollokvium + gyak. jegy
- ***Tárgykód (ea, gy):*** difgeo1m0_m17ex, difgeo1m0_m17gx
- ***Ajánlott félév:*** 5
- ***Státusz:*** kötelező

Tantárgyfelelős

- Verhóczki László, Geometriai Tanszék, Matematikai Intézet.

Előfeltételek

A gyakorlat előfeltételei:

- *Erős:* Geometria1E (geomet1*0_m17ea)
- *Erős:* Algebra2E (algebr2*0_m17ea)
- *Erős:* Analízis3E-m (analiz3m0_m17ea)

Az előadás előfeltételei:

- *Gyenge:* a gyakorlat

Megjegyzések

- ***Pótlási lehetőség:*** A félév végén, indokolt esetben, a gyakorlatvezető döntése alapján egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

A tematikát kidolgozta:

- Verhóczki László, Geometriai Tanszék, Matematikai Intézet.

Szükséges előismeretek

- Vektorterek, mátrixok, lineáris leképezések, sajátértékek és sajátvektorok. Bilineáris függvények, skaláris szorzat. Vektoriális szorzat a 3-dimenziós térben.
- Koordinátageometria. Izometriák az n-dimenziós euklideszi térben.
- Többváltozós valós függvények differenciál- és integrálszámításának eszközei. Az inverz függvény tétele, az implicit függvény tétele.

A tantárgy célkitűzése

A tárgy célja a klasszikus differenciálgeometria alapvető fogalmainak, módszereinek és tételeinek a bemutatása.

Irodalom

- **Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter:** *Differenciálgeometria.* Műszaki Könyvkiadó, 1979.
- **Verhóczki László:** Interneten elérhető jegyzet: Klasszikus differenciálgeometria.

Tematika

- Reguláris sima görbe az n-dimenziós euklideszi térben. A görbe átparaméterezése. Ivhossz. Természetes paraméterezés. Az egyszerű ív fogalma. Az $\mathbf{R}^n$–beli általános típusú görbe k-dimenziós simulóalterei, kísérő Frenet-bázisa és Cartan-mátrixa. Görbületi függvények, Frenet-formulák. A görbe simulóköre egy adott pontban. Az azonos görbületi függvényekkel rendelkező görbék izometrikus kapcsolata. A görbeelmélet alaptétele. Általános típusú görbék az affin alterekben.
- A reguláris síkgörbe előjeles görbülete. A síkgörbe evolutája,

parallelgörbéi és evolvensei. Zárt síkgörbe körülfordulási száma. Az egyszerű zárt síkgörbe körülfordulási számára vonatkozó tétel. A konvex zárt síkgörbék jellemzése. A négy csúcspont tétele.

- Az $\mathbf{R}^3$–beli görbe görbületének és torziójának meghatározása. Az $\mathbf{R}^3$–beli egyszerű zárt görbe teljes görbületével kapcsolatos tételek.
- Sima elemi hiperfelület az n-dimenziós euklideszi térben. Az elemi hiperfelületet leíró vektorfüggvény átparaméterezése. Lineáris érintőtér egy felületi pontban. Normális egységvektormező. Az elemi felület adott paraméterezéséhez tartozó első főmennyiségek. A kompakt felületdarab felszíne (térfogata). A felületi görbe ívhossza. Izometrikus leképezés értelmezése két elemi hiperfelület között. A sima hiperfelület fogalma. Az $\mathbf{R}^n$ téren vett differenciálható valós függvény reguláris értékének inverz képe, mint sima hiperfelület.
- Az elemi hiperfelület adott paraméterezéséhez tartozó második főmennyiségek. Az érintőirányhoz rendelt normálgörbület. Meusnier tétele. Felületi vektormező iránymenti deriváltja. A lineáris érintőtéren vett Weingarten-leképezés, a második alapforma. Főgörbületek és főirányok. Euler-formula. Szorzatgörbület és középgörbület. Az umbilikus pontokból álló felületek.
- Az elemi hiperfelület adott paraméterezéséhez rendelt kísérő Gauss-bázis. Christoffel-féle szimbólumok. A formaprobléma. Gauss-egyenletek és Mainardi–Codazzi-egyenletek. Bonnet-tétele (a felületelmélet alaptétele).
- A hiperfelület ívhosszra vonatkozó stacionárius görbéinek értelmezése. A stacionárius görbéket jellemző differenciálegyenlet-rendszer (ívhossz szerinti paraméterezésnél). Párhuzamos érintő-vektormezők egy felületi görbe mentén. A hiperfelület geodetikus görbéi. A felületi görbe geodetikus görbülete.
- Az $\mathbf{R}^3$–beli sima felületek pontjainak osztályozása a Gauss-görbület alapján. Dupin-indikátrix. A felület egy adott pontjában a főirányok meghatározása. Theorema egregium. Az $\mathbf{R}^3$–beli felület Gauss-görbületének felszín szerinti integrálja. Az integrál meghatározása a

felület gömbi képének felszíne alapján.

- Forgásfelületek és vonalfelületek $\mathbf{R}^3$–ban. A lefejthető vonalfelületek alaptípusai.